



# Балансно-характеристические разностные схемы в анализе термоакустической неустойчивости в камерах сгорания газовых турбин

Афанасьев Н.А.<sup>1</sup>, Головизнин В.М.<sup>1</sup>, Нестеров С.С.<sup>2</sup>,  
Сипатов А.М.<sup>2</sup>, Семёнов В.Н.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>МГУ им М.В. Ломоносова, Москва

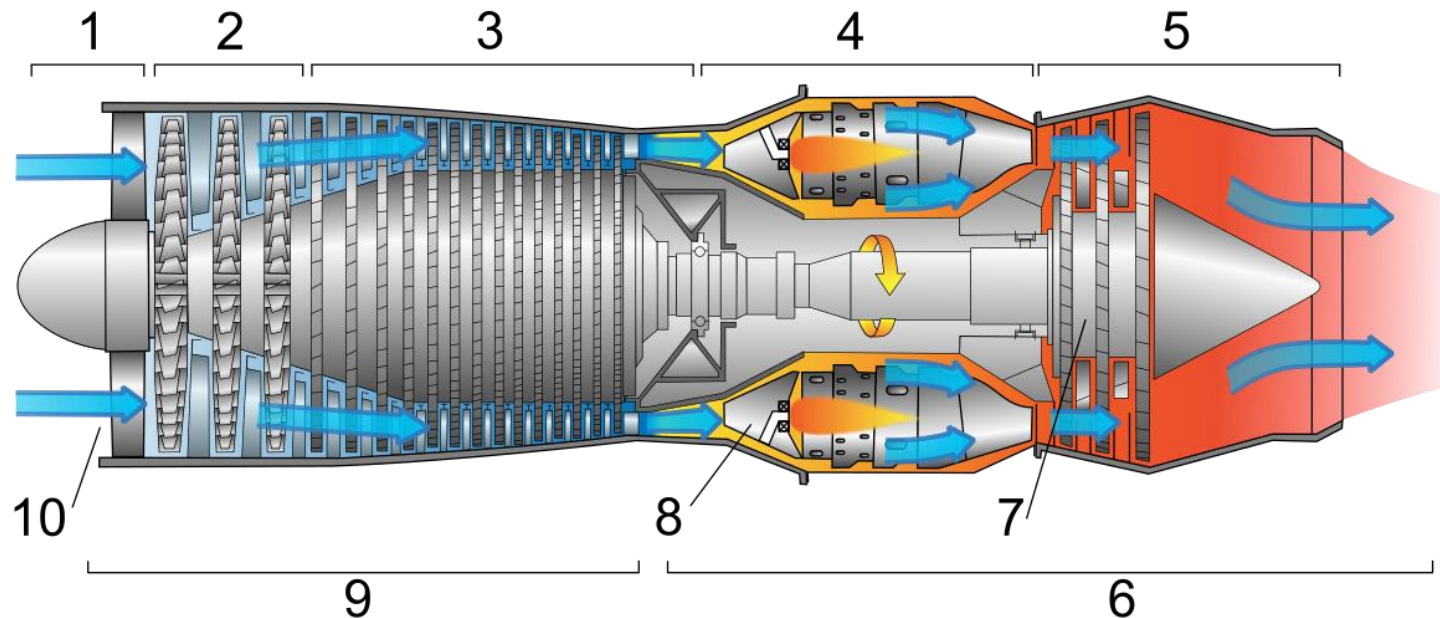
<sup>2</sup>ОДК-Авиадвигатель, Пермь

<sup>3</sup>ИБРАЭ РАН, Москва

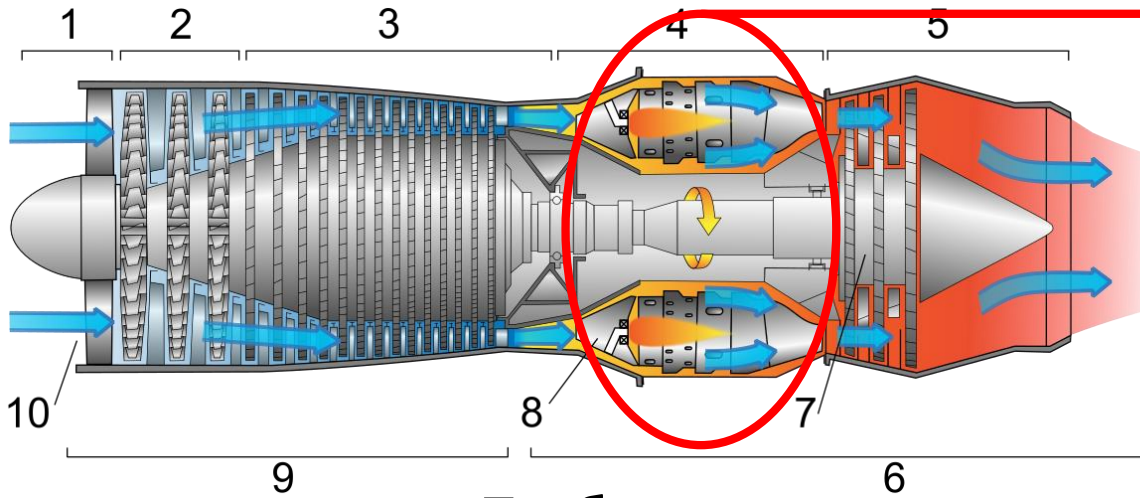
<sup>1</sup> [vmnaf@cs.msu.ru](mailto:vmnaf@cs.msu.ru)

## Мотивация

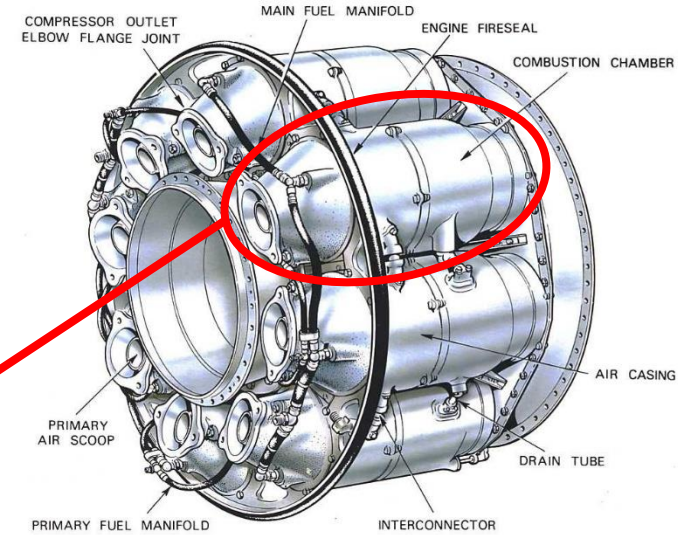
Термоакустическая неустойчивость (вибрационное горение) в авиадвигателях (газовых турбинах) является крайне нежелательным явлением, обусловленным взаимодействием акустического поля с процессом горения. Это взаимодействие может привести к самоподдерживающимся колебаниям большой амплитуды, которые сокращают эксплуатационный ресурс изделия и могут вызвать повреждение газовой турбины. Задача прогнозирования термоакустической неустойчивости на различных режимах работы газовой турбины на проектном уровне является крайне актуальной. Ее важность в будущем будет только возрастать в связи с неизбежным ужесточением норм на выбросы и повышением требований к экономичности.



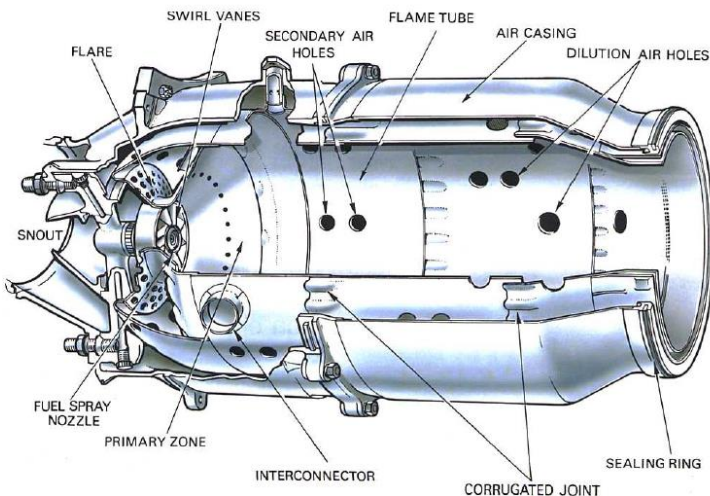
# Сложность задачи



Турбина



Множество камер сгорания

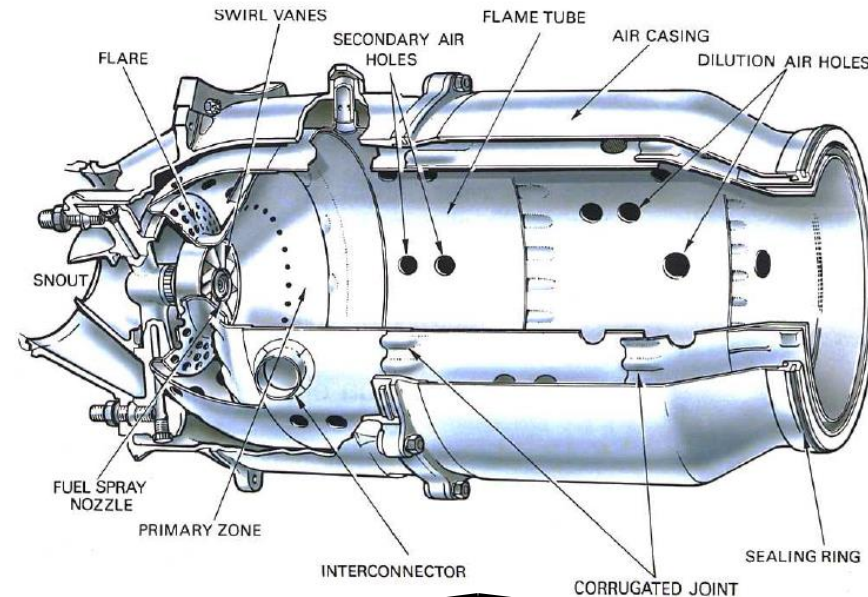


Камера сгорания



Начинать стоит с моделирования термоакустической неустойчивости в одиночной камере сгорания.

## Используемые модели



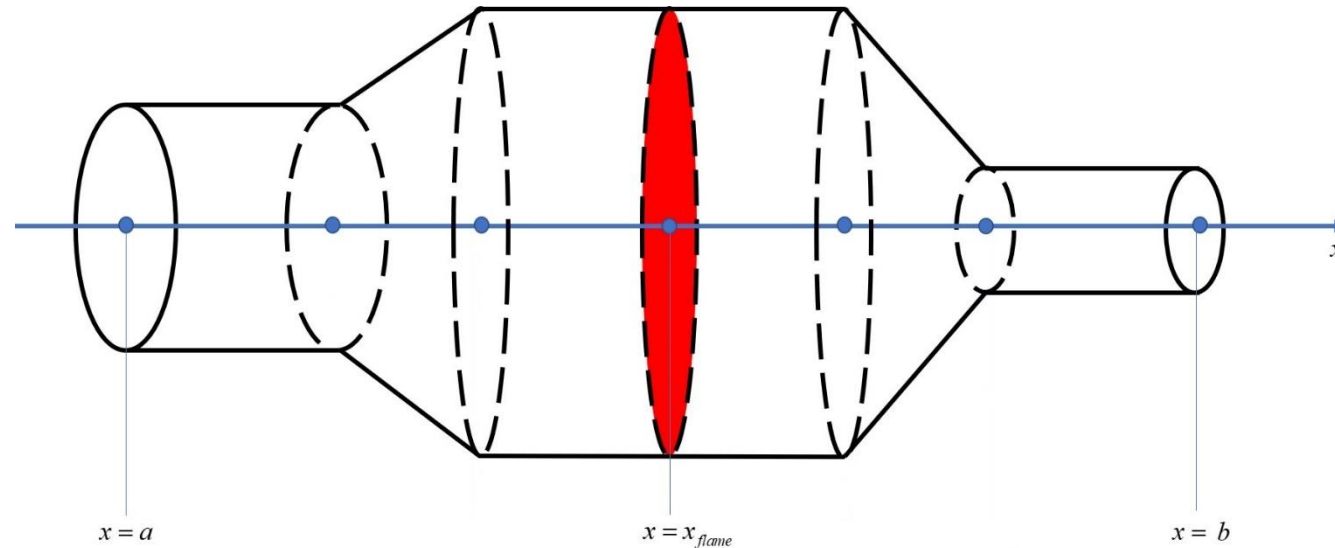
Сетевые модели низкого порядка  
(low order network models)

$$\begin{pmatrix} p'_R \\ u'_R \\ \rho'_R \end{pmatrix} = A_6 \begin{pmatrix} p'_L \\ u'_L \\ \rho'_L \end{pmatrix}$$

+

DNS и LES –  
моделирование  
отдельных частей  
камеры (например,  
области горения)

## Модель акустического тракта



Рассмотрим течение нагревающегося газа в некотором канале. Введем ряд предположений и допущений:

- Рассматривается осесимметричный канал переменного сечения.
- Рассматриваются только продольные колебания газа (скорость имеет только продольную составляющую).
- Течение в канале предполагается одномерным, т.е. все величины (скорость, плотность, температура) распределены однородно по каждому сечению канала.
- Влияние гидродинамического сопротивления на стенках канала не учитывается. Затухание колебаний за счет молекулярных вязкости и теплопроводности также пренебрегается.
- Подогрев газа происходит в узком слое (нулевой толщины) однородно по сечению канала.
- Газ по обе стороны фронта нагрева считается идеальным

# Балансно-характеристические методы в анализе термоакустической неустойчивости

Вместо использования термоакустических сетей будем решать квазиодномерные уравнения газовой динамики идеального газа с помощью **бездиссипативной** балансно-характеристической схемы КАБАРЕ:

$$\begin{pmatrix} p'_R \\ u'_R \\ \rho'_R \end{pmatrix} = A_6 \begin{pmatrix} p'_L \\ u'_L \\ \rho'_L \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u S)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \rho u S}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 S + p S)}{\partial x} - p \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \rho E S}{\partial t} + \frac{\partial(\rho E u S + p u S)}{\partial x} = S(x, t) q, \\ \varepsilon = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}, \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Схема КАБАРЕ с изоэнтропическими} \\ \text{инвариантами:} \\ I = \frac{p}{\rho^\gamma}, \quad G_{loc} = \frac{2\sqrt{\gamma} I^{1/2\gamma}}{\gamma - 1}, \\ R = u + G_{loc} p^{\gamma-1/2\gamma}, \\ Q = u - G_{loc} p^{\gamma-1/2\gamma}. \end{array}$$

## Преимущества подхода:

- 1) Подход позволяет учитывать геометрические детали, которые не могут быть представлены сетевыми моделями.
- 2) Нет необходимости в расчете матриц перехода и функций отклика пламени.
- 3) Автоматический учет нелинейных эффектов.

## Недостатки подхода:

- 1) Требуется больше вычислительных ресурсов, чем для сетевых моделей (но все равно может быть реализован на ПК).

## Модели горения

Эффект термоакустической неустойчивости возможен лишь при наличии в модели обратной связи, а именно зависимости мощности нагрева  $q$  от газодинамических параметров потока.

В случае схемы КАБАРЕ, в отличие от термоакустических цепей, легко интегрируются как линейные, так и нелинейные модели горения. Например, для случая нагрева потока газа проволочной сеткой рассматриваются следующие 2 модели:

Линейная n-tau модель:

$$\frac{q_{loc}(t, u)}{q_{loc}} = \xi \frac{u(t - \tau_{del})}{u}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{(q_{loc})^n}{q_{loc}} = \xi \frac{u_{i_f+1/2}^n}{u}$$

Нелинейная модель:

$$\frac{q_{loc}(t, u)}{q_{loc}} = \sqrt{\frac{u(t - \tau_{del})}{u}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{(q_{loc})^n}{q_{loc}} = \sqrt{\frac{u_{i_f+1/2}^n}{u}}$$

$$u_{i_f+1/2}^n = \frac{t_n - \tau_{del} - t_j}{\tau_j} u_{i_f+1/2}^{j+1} + \frac{t_{j+1} - t_n + \tau_{del}}{\tau_j} u_{i_f+1/2}^j,$$

$$t_j \leq t_n - \tau_{del} < t_{j+1}$$

## Задача анализа термоакустической неустойчивости

Для анализа термоакустической неустойчивости рассматриваемого тракта с некоторыми граничными условиями и входными параметрами потока с помощью схемы КАБАРЕ в качестве начальных условий задаются возмущенные стационарные значения газодинамических параметров. В общем случае задаются случайные возмущения этих параметров. Тогда, **если задача неустойчива, то спустя некоторое (возможно, достаточно большое) количество шагов выделятся неустойчивые моды задачи.**

Для ускорения выделения неустойчивой гармоник, а также для более точного сравнения с результатами сетевых моделей в качестве начальных условий можно задать возмущение гармоник трубы без источника выделения тепла (если оно известно).

Для сравнения с результатами, полученными по сетевым моделям, в результате расчетов **запоминаются значения колебаний скорости в некоторой точке трубы** и затем раскладываются в ряд Фурье:

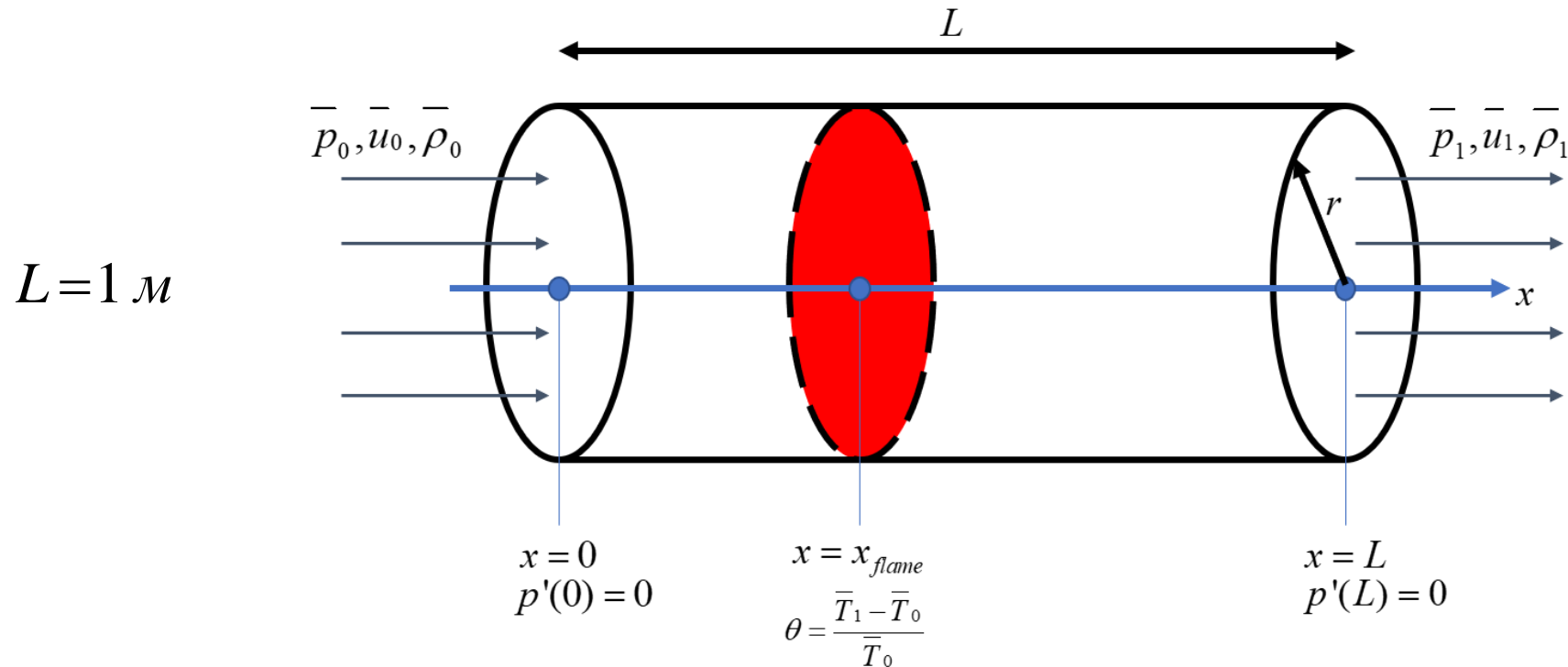
$$u^n = u^n(x_0), n = \overline{0, K-1} \quad \longrightarrow \quad u^n = \sum_k B_k e^{i\omega_k t}, \omega_k \in \mathbb{C}$$

$$f_k = \operatorname{Re}(\omega_k)/2\pi, \quad \lambda_k = -\operatorname{Im}(\omega_k)/2\pi$$



## Тестовые расчеты. Труба Рийке

Для верификации метода рассмотрим несколько задач о нахождении собственных частот (вообще говоря, комплексных) в прямом канале (трубе Рийке).



Параметры входного потока:

$$\bar{p}_0 = 101324 \text{ Па}, \quad \bar{u}_0 = 3.408635 \text{ м/с},$$

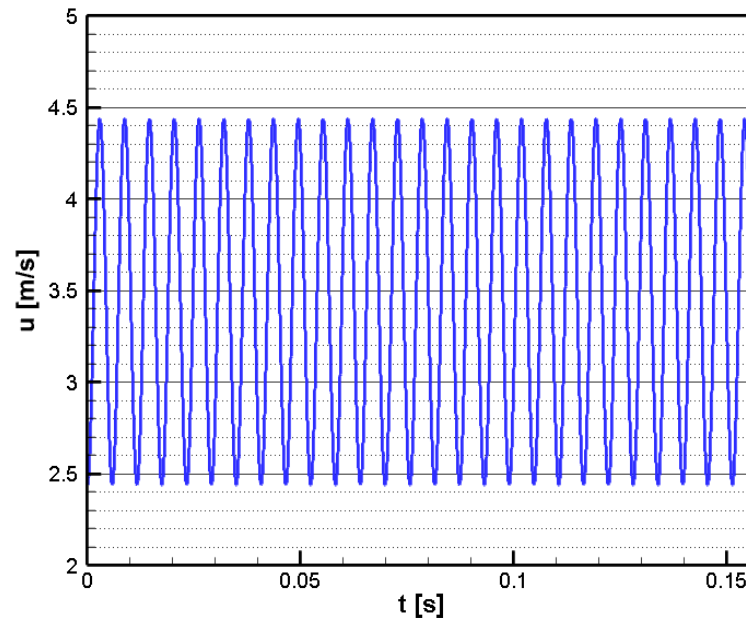
$$\bar{\rho}_0 = 1.2 \text{ кг/м}^3 \quad (\bar{T}_0 = 294.50649 \text{ К})$$

Модель горения n-тау с параметрами:

$$\xi = 0.5, \quad \tau_{del} = 0.0014506$$

## Прямая труба без области нагрева газа

	Собственная частота	Инкремент роста
Решение по коду <i>OSCILOS</i>	171.9963 Гц	$-5.2329 \cdot 10^{-14} \text{ c}^{-1}$
Решение по схеме КАБАРЕ	171.8909 Гц	$-4.5 \cdot 10^{-10} \text{ c}^{-1}$
Аналитическое решение	171.8924769 Гц	$0 \text{ c}^{-1}$
Относительная ошибка <i>OSCILOS</i>	0.06%	-
Относительная ошибка КАБАРЕ	$9.2 \cdot 10^{-4}\%$	-



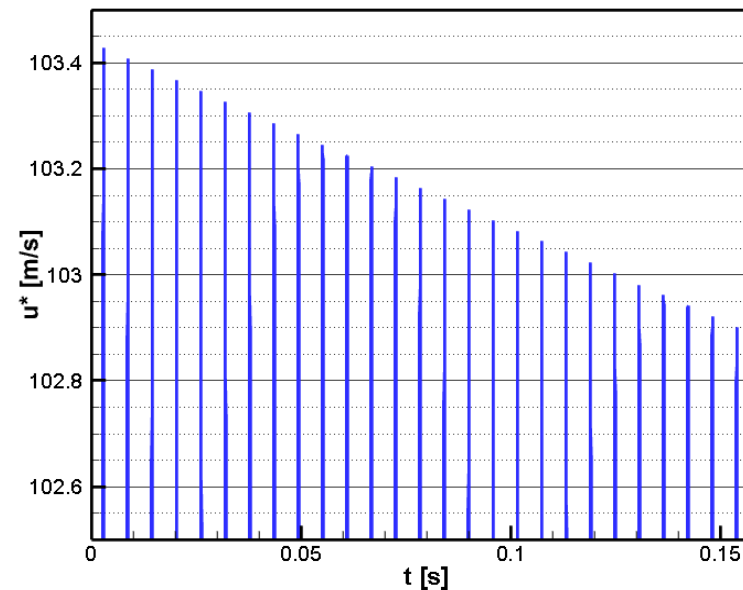
# Прямая труба с областью постоянного нагрева газа

$$x_{flame} = 0.25$$

$$q = \bar{q} = const$$

$$\theta = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_0}{\bar{T}_0} = 0.01$$

	Собственная частота	Инкремент роста
Решение по коду <i>OSCILOS</i>	172.4307 Гц	$-0.005602 c^{-1}$
Решение по схеме КАБАРЕ	172.3422017 Гц	$-0.005576 c^{-1}$
Аналитическое решение	172.344 Гц	$-0.0055741 c^{-1}$
Относительная ошибка <i>OSCILOS</i>	0.05%	0.5%
Относительная ошибка КАБАРЕ	0.001%	0.034%

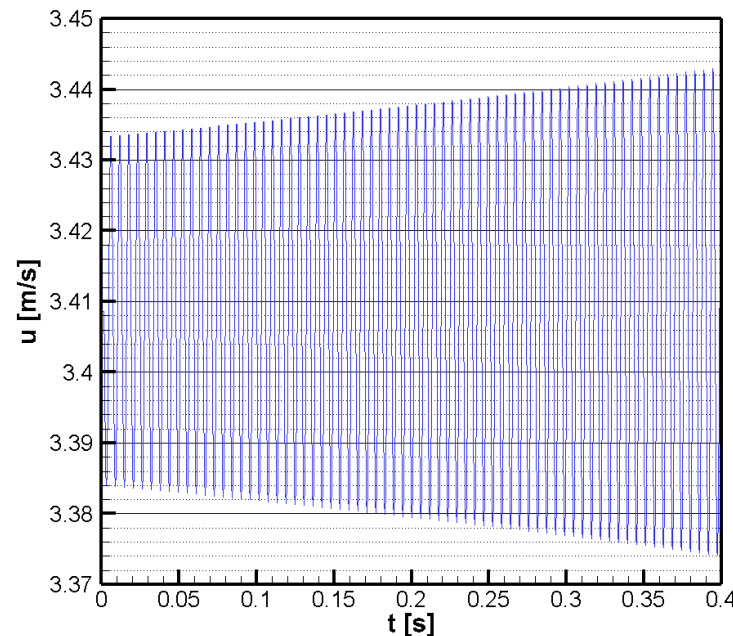


# Прямая труба с областью постоянного нагрева газа

$$x_{flame} = 0.25$$

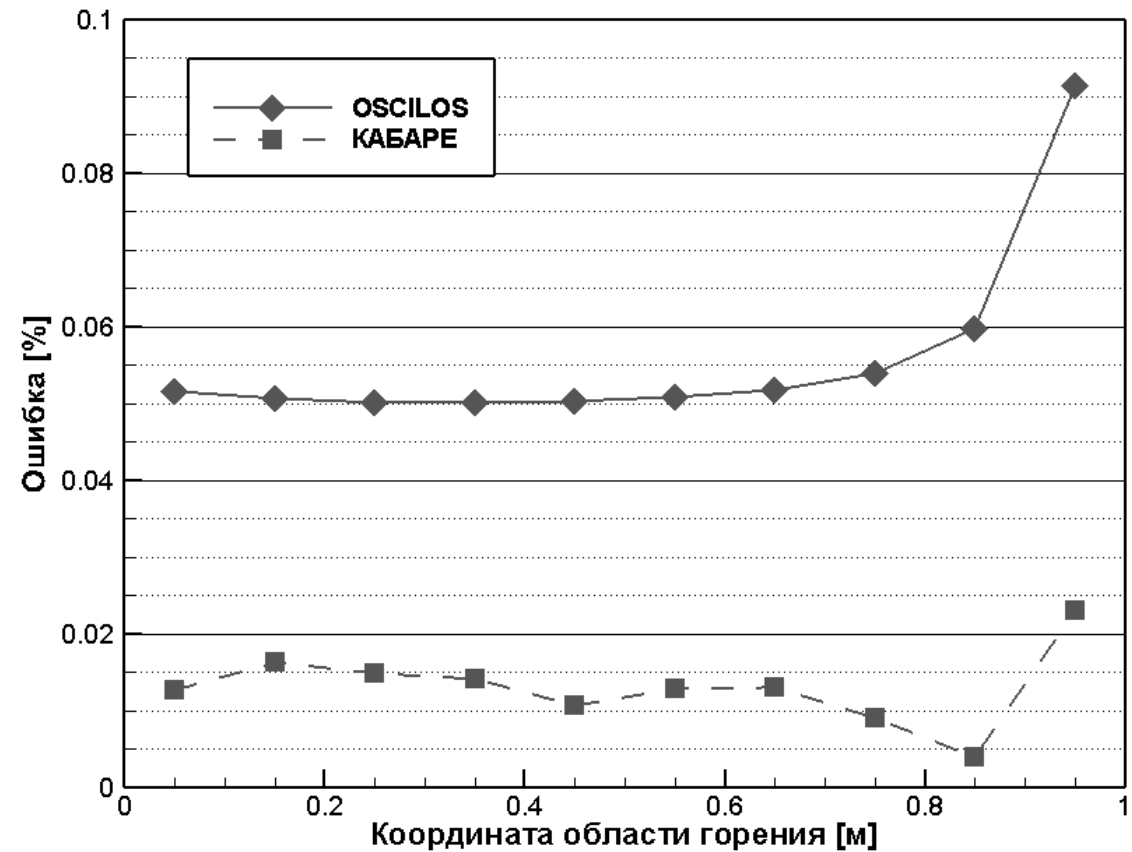
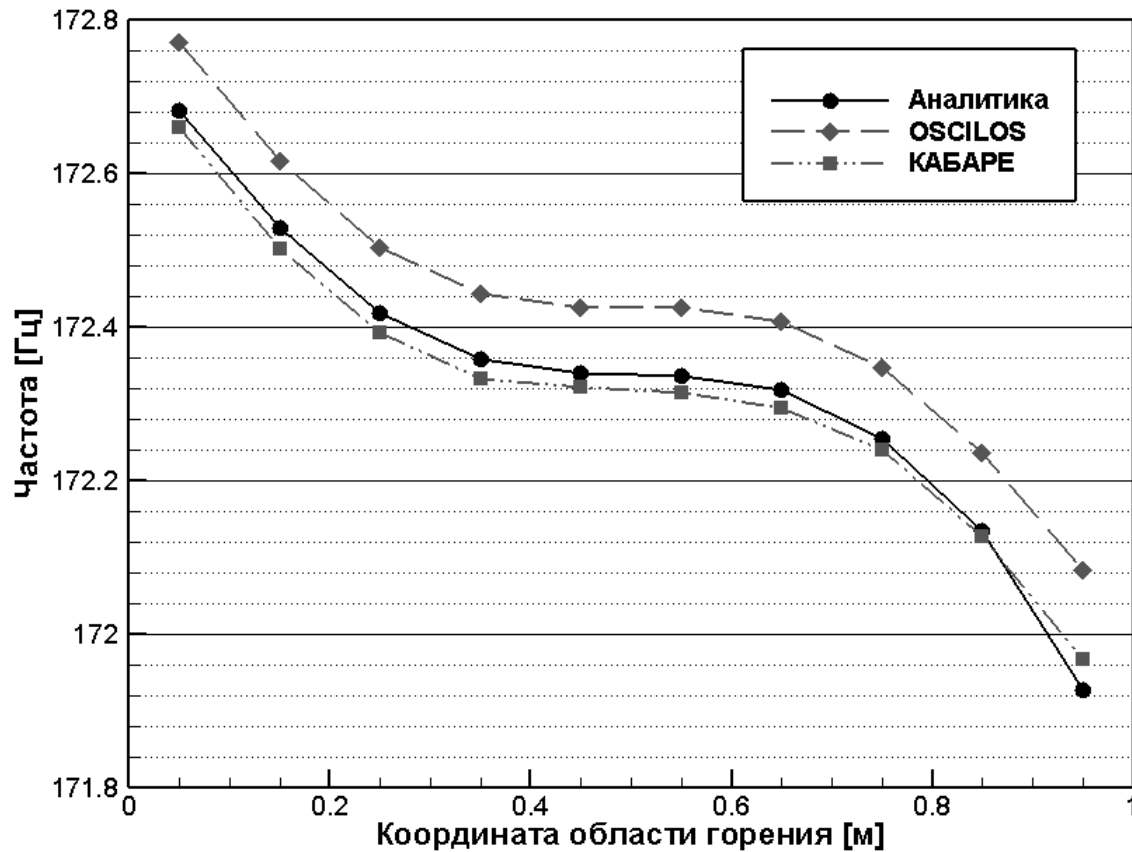
$$\theta = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_0}{\bar{T}_0} = 0.01$$

	Собственная частота	Инкремент роста
Решение по коду <i>OSCILOS</i>	172.4331 Гц	$0.11234747 c^{-1}$
Решение по схеме КАБАРЕ	172.4184925 Гц	$0.1120128 c^{-1}$
Аналитическое решение	172.3452846 Гц	$0.1124191 c^{-1}$
Относительная ошибка <i>OSCILOS</i>	0.05%	0.06%
Относительная ошибка КАБАРЕ	0.04%	0.36%



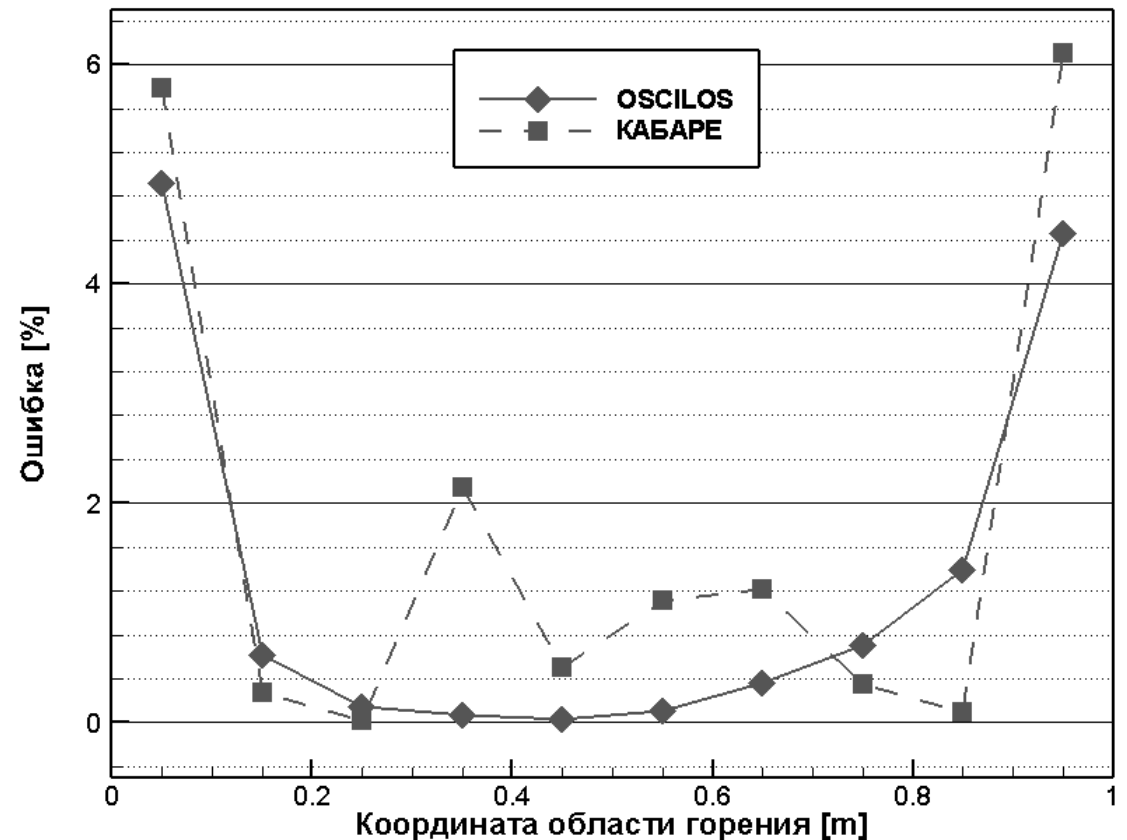
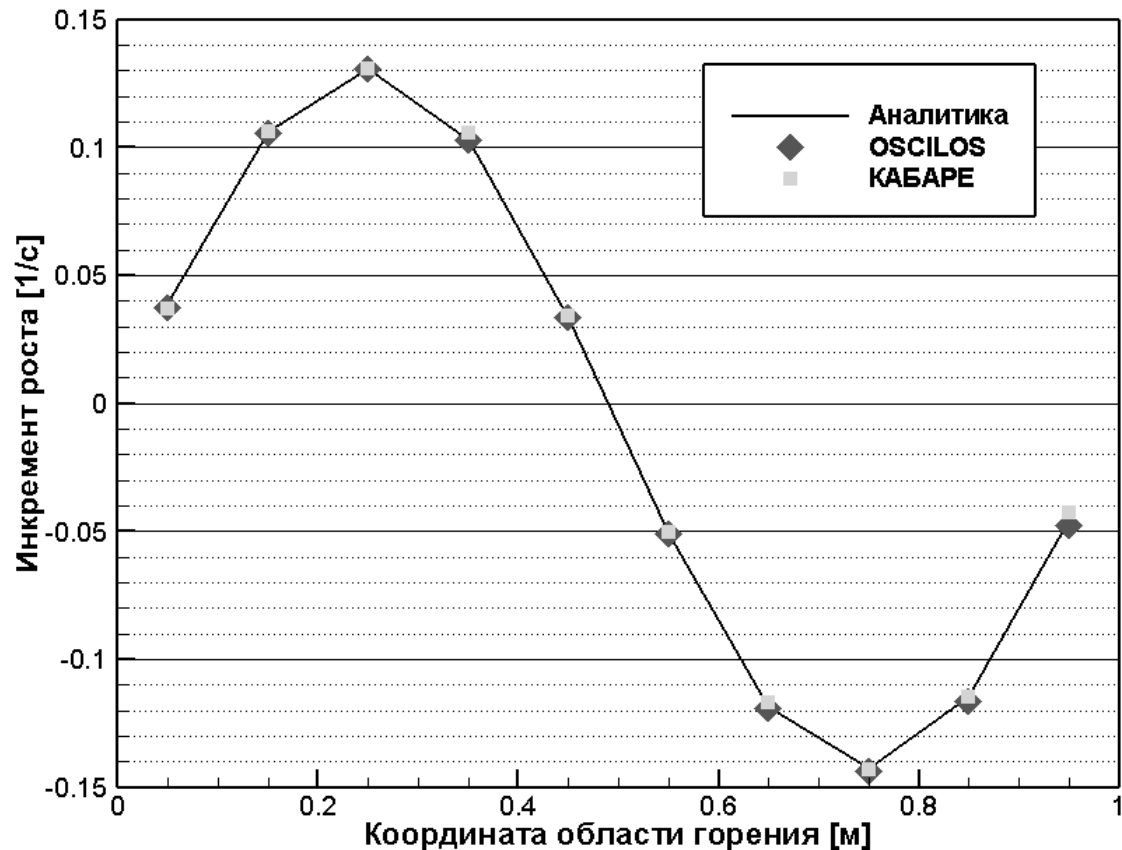
# Труба Рийке при изменении положения области горения

$$\theta = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_0}{\bar{T}_0} = 0.01$$



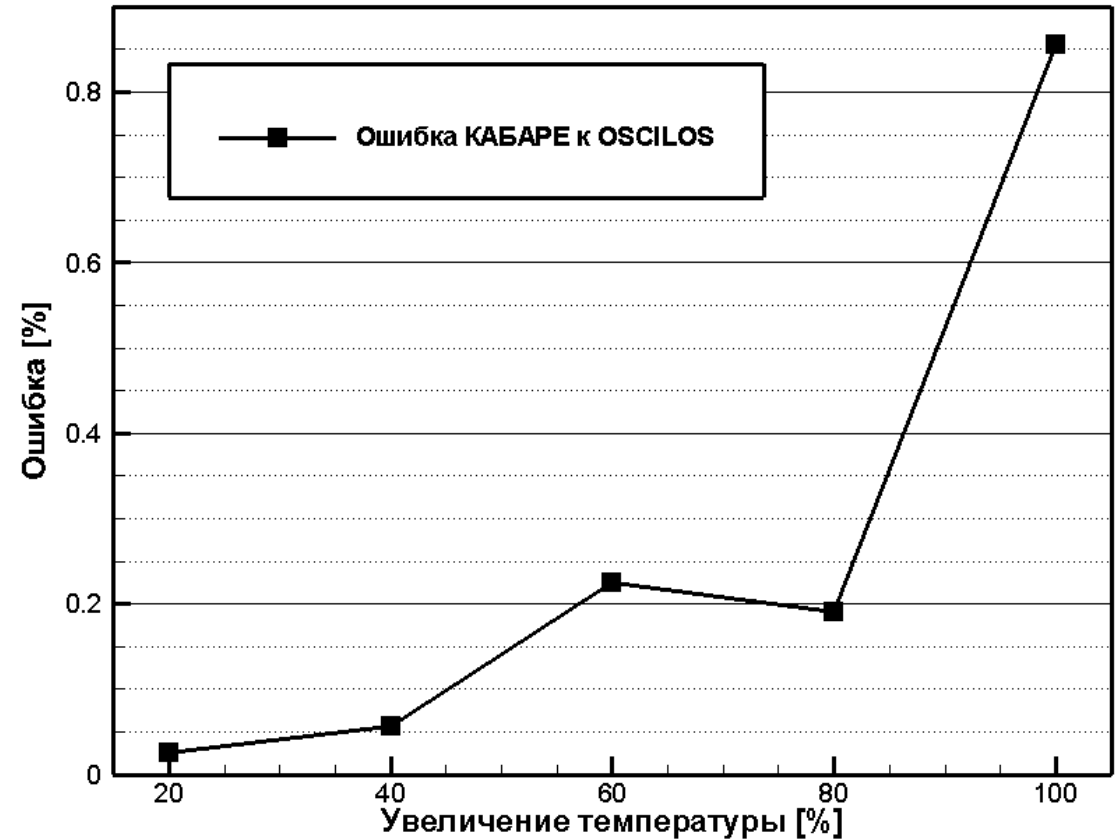
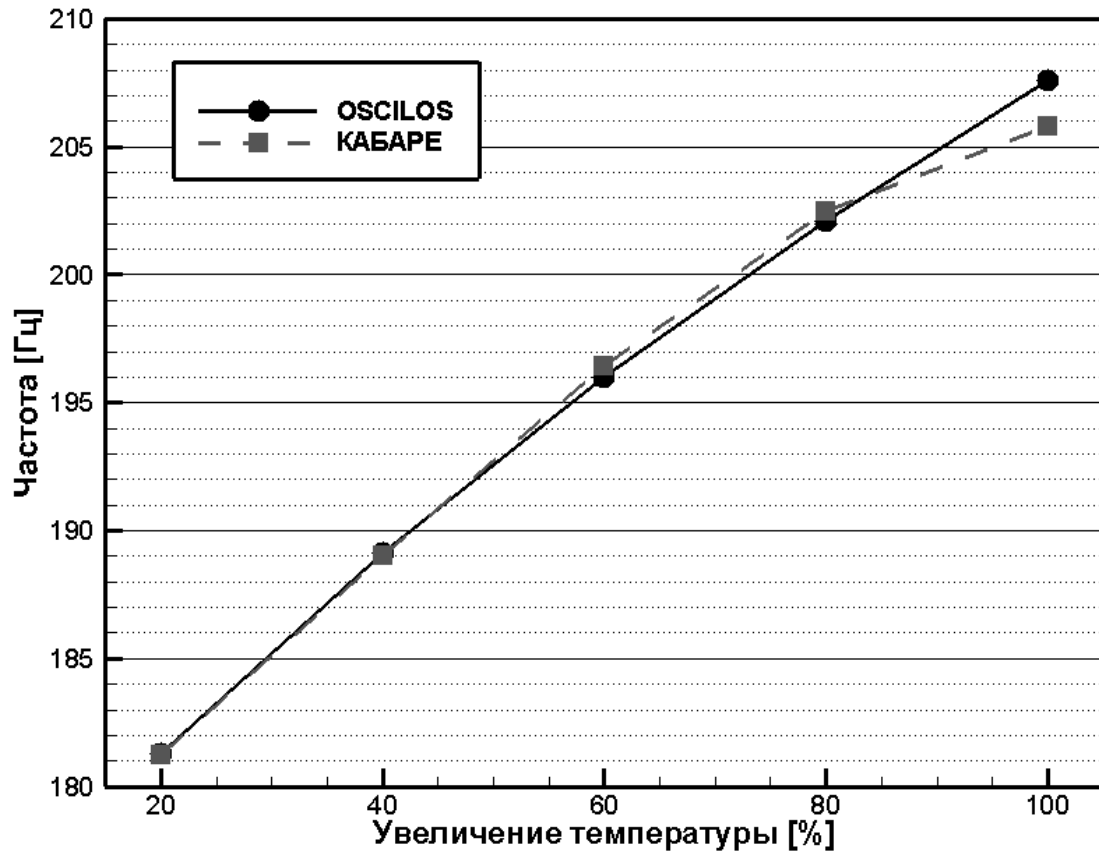
# Труба Рийке при изменении положения области горения

$$\theta = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_0}{\bar{T}_0} = 0.01$$



# Труба Рийке при изменении положения области горения

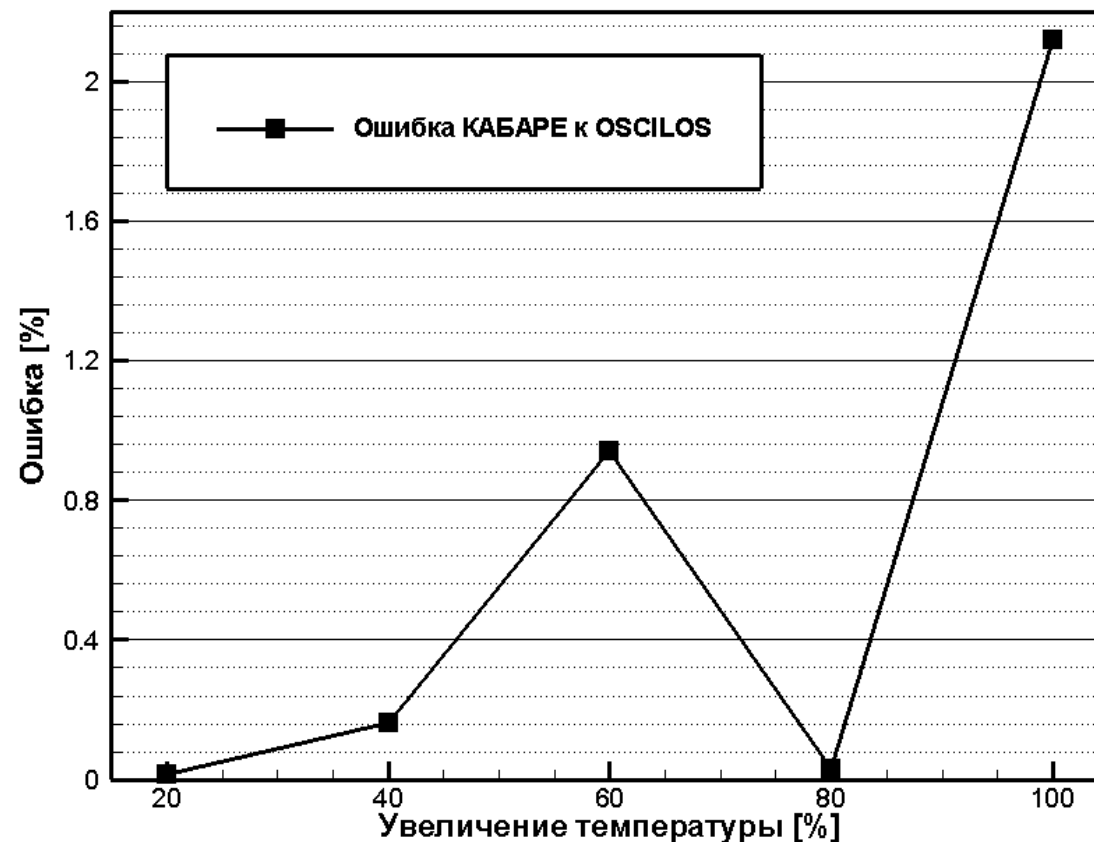
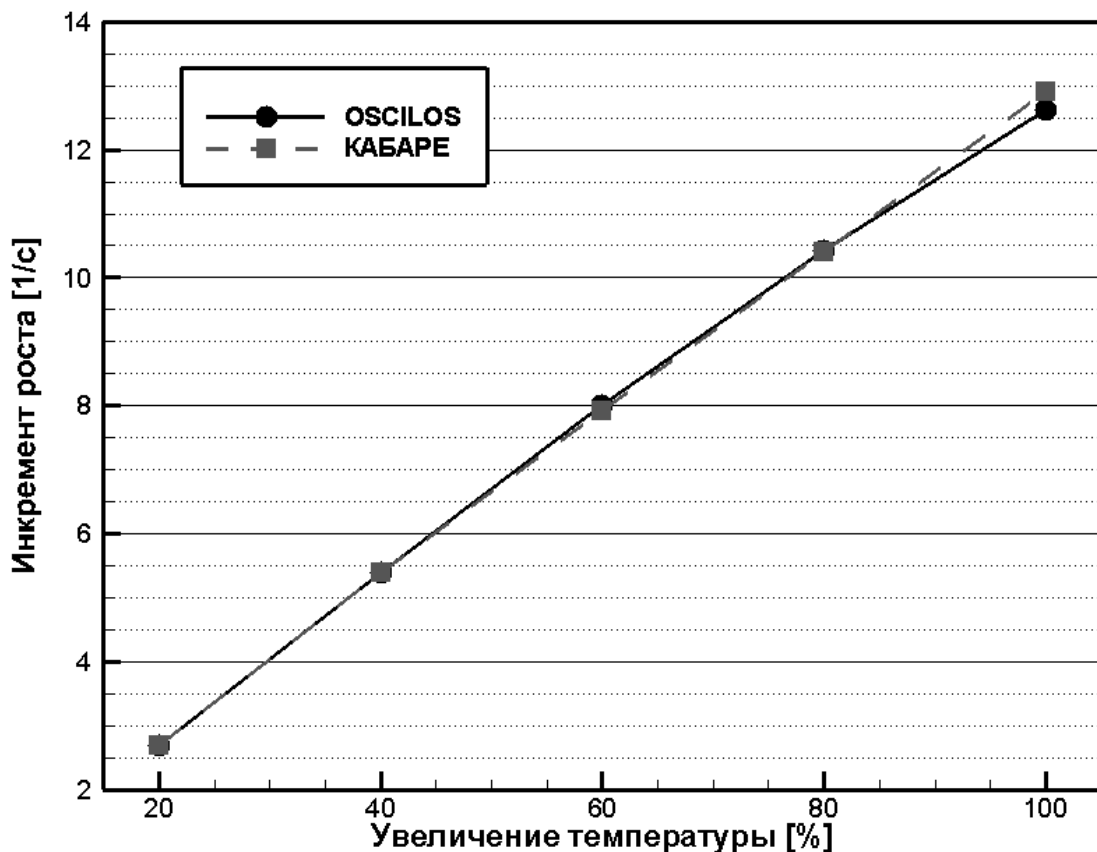
$$x_{flame} = 0.25$$





# Труба Рийке при изменении положения области горения

$$x_{flame} = 0.25$$





## Результаты и дальнейшая работа

- Предложен алгоритм анализа термоакустической неустойчивости камер сгорания, основанный на прямом численном моделировании с помощью бездиссипативной балансно-характеристической схемы КАБАРЕ.
- Выполненные для трубы Рийке расчеты показали высокую точность нахождения нижних комплексных частот неустойчивых мод даже на грубых сетках, сравнимую с точностью расчетов по подходу сетевых моделей. Это говорит о том, что **выделение неустойчивых акустических мод возможно в процессе расчета квазиодномерных нестационарных течений в каналах при использовании бездиссипативных вычислительных алгоритмов.**
- Следующим шагом в развитии балансно-характеристических методов для задач виброгорения могло бы стать использование двумерных и трехмерных расчетов областей горения газа по схеме КАБАРЕ. Результаты таких расчетов впоследствии могут быть интегрированы как в сетевые модели в виде функций отклика пламени, так и в предложенную квазиодномерную модель в виде значений для мощности выделяемой теплоты. Кроме того, многомерные расчеты течений газа в участках трубы сложной формы можно использовать для аппроксимации соответствующих матриц перехода в сетевых моделях.

Спасибо за внимание!