ДИФРАКЦИЯ НА ЧЕТВЕРТЬПЛОСКОСТИ. ПОЛУЧЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ ФУРЬЕ

А.В. Шанин[1], R.C. Assier[2], А.И. Корольков[1]
[1] *МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, a.v.shanin@gmail.com*
[2] *The University of Manchester, Manchester, UK, raphael.assier@manchester.ac.uk*

Во многих физических ситуациях (в частности, в акустике) волновое поле описывается многомерным интегралом Фурье:

$$u(x_1, x_2) = \iint\limits_{\Gamma} W(\xi_1, \xi_2) e^{-i(\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2)} d\xi_1 d\xi_2, \qquad (1)$$

где интегрирование проводится по плоскости действительных ξ_1, ξ_2. Соответственно, возникают задачи асимптотического оценивания и эффективного численного вычисления таких интегралов. В докладе описывается соответствующая техника.

Предполагается, что *спектральная функция* $W(\xi_1, \xi_2)$ является аналитической функцией вблизи действительной плоскости, имеющей небор особенностей типа множеств полюсов и ветвления, обусловленных физическими причинами. Отметим, что в пространстве $\mathbb{C}^2$ особенности функций имеют действительную коразмерность 2, то есть это поверхности.

Оценивание интеграла (1) производится следующим образом. Переменные ξ_1 и ξ_2 объявляются комплексными. Появляется возможность применить многомерную теорему Коши [1] и деформировать поверхность интегрирования без изменения величины интеграла.

Деформация поверхности интегрирования производится таким образом, чтобы подынтегральная функция оказалась экспоненциально мала почти везде. При этом поверхность интегрирования не должна пересекать сингулярности подынтегрального выражения в ходе деформации.

В докладе мы описываем достаточно простой способ описывать деформации поверхности интегрирования. Обходы сингулярностей поверхностью демонстрируются графически с помощью “мостиков”, которые обладают нетривиальными свойствами и позволяют изображать топологически реализуемые поверхности.

Асимптотическая оценка интеграла (1) строится на основе *принципа локальности*: основные члены разложения порождаются дискретным набором “специальных точек” в плоскости действительных (ξ_1, ξ_2). Эти специальные точки — точки пересечения особенностей подынтегральной функции F, а также *седловых точек*. Седловые точки — это точки, в которых вектор (x_1, x_2) ортогонален одной из сингулярностей F.

Для каждой специальной точки сущетвует *область активности*, т.е. множество векторов (x_1, x_2), при которых соответствующая точка дает вклад в асимптотику интеграла (вне области активности такого вклада нет).

Предлагаемые методы ранее применялись авторами к задаче о распространения звука вдоль тонкого льда [2]. В настоящем докладе рассматривается задача о дифракции плоской волны на идеальной четвертьплоскости. Особенности спектральной функции для этой задачи описаны в [3]. Математические основы метода описаны в [4]. Получены основные вклады в волновое поле. Эти вклады сравниваются с тем, что дает ГТД (геометрическая теория дифракции), а также более тонкие методы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-29-06048.

Литература

1. Б.В. Шабат. Введение в комплексный анализ. Ч. 2. Функции нескольких переменых. М.: Наука, 1985, 464 с.
2. M.A. Mironov, A.V. Shanin, A.I. Korolkov, K.S. Kniazeva. Transient processes in a gas/plate structure in the case of light loading. *Proc. Roy. Soc. A*, 477:20210530, 2021.
3. R.C. Assier, A.V. Shanin. Diffraction by a quarter–plane. Analytical continuation of spectral functions. *Quart. Journ. Math. Appl. Mech*, 72:51–85, 2019.
4. R.C. Assier, A.V. Shanin, A.I. Korolkov. A contribution to the mathematical theory of diffraction. Part I: A note on double Fourier integrals. arXiv:2204.02729.