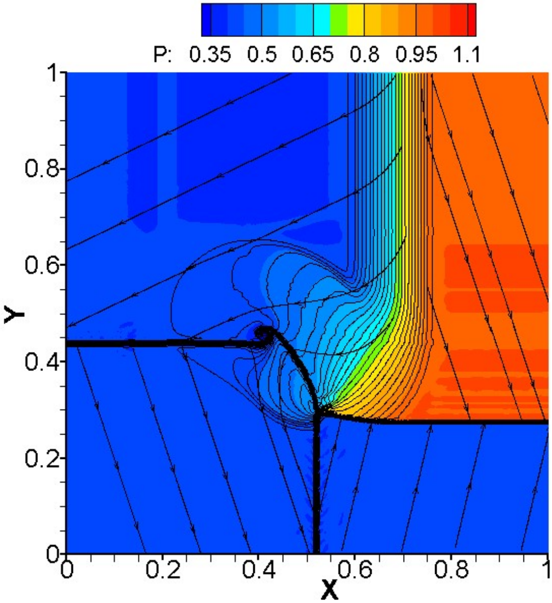
МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТИПОВ РАЗРЫВОВ ПРИ РАСЧЕТАХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

И.В. Попов

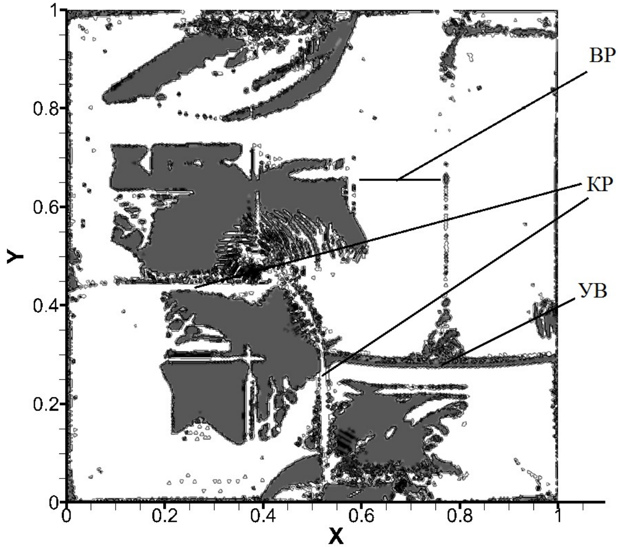
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В работе представлена методика определения типов разрывов при численном решении различных задач газовой динамики. Актуальность темы определяется тем, что в сложных газодинамических постановках требуется корректное определение областей, занятых волнами разряжения, контактными разрывами и ударными волнами. От правильного определения таких областей зависит выбор той или иной схемы численного решения задачи. В настоящей работе представлена методика, которая позволяет единым образом определять границы областей, содержащих разрывы и волны различных типов. Для этого в терминах искомых газодинамических функций выведены неравенства, выделяющие такие области. Эта информация используется при модификации известных или при построении новых разностных схем с целью повышения их устойчивости и/или монотонности. Например, полученные неравенства позволяют выделять численные схемы, решения которых удовлетворяют требованию неубывания энтропии. Основное рассмотрение излагается в одномерном случае. Дается обобщение методики на многомерный случай. Приводятся примеры применения методики при решении ряда известных тестовых задач газовой динамики.

В приведенном ниже расчёте после распада разрыва возникает ударная волна, волна разряжения и два контактных разрыва. На рис. 1а цветом показано давление, линиями – изолинии плотности и линиями со стрелками – направление скорости течения. На рис. 1б показаны маркеры, которые определяют для каждой расчётной ячейки, к какому типу разрыва они относятся и в процессе решения задачи позволяют вводить минимальную искусственную вязкость в ячейку в зависимости от типа разрыва. На этом рисунке вводимая вязкость изображается серым цветом. Чем темнее серый цвет, тем больше величина вводимой искусственной вязкости.



а)



б)

Рис. 1. Результаты расчётов на треугольной сетке для задачи распада разрыва

Литература

1. P.L. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes, J. Comp. Phys., 43, 357–372, 1981.
2. G. Sod. A Survey of Several Finite Difference Methods Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws. J. Comput. Phys., v.27, 1978, pp. 1–31.
3. B. Van Leer. Lect. Notes Phys. 1982. v. 170. pp. 507–512.
4. E.F. Toro. Отчет колледжа воздухоплавания № 8907 июнь 1989 года под названием TVD regions for the weighted average flux (WAF) method as applied to a model hyperbolic conservation law.
5. Guan-Shan Jiang and Chi-Wang Shu. Efficient implementation of weighted eno schemes. J. Comp. Phys., 126:202–228, 1996.
6. A. Harten, S. Osher. Uniformly high-order accurate nonoscilatory schemes. SIAM J. Numer. Anal., 24:279–309, 1987.
7. Н.А. Дарьин, В.И. Мажукин, А.А. Самарский. Конечноразностный метод решения уравнений газовой динамики с использованием адаптивных сеток, динамически связанных с решением, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1988, том 28, номер 8, 1210–1225.
8. Похилко В.И., Тишкин В.Ф. Однородный алгоритм расчета разрывных решений на адаптивных сетках. Матем. моделирование, **6**:11 (1994), с. 25–40.
9. Михайлова Н.В., Тишкин В.Ф., Тюрина Н.Н., Фаворский А.П., Шашков М.Ю. Численное моделирование двумерных газодинамических течений на сетке переменной структуры, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 26:9 (1986), 1392–1406.
10. Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М: Наука, 1968.
11. Л.В. Овсянников. Лекции по основам газовой динамики. – Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2003.
12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Гидродинамика. Теоретическая физика: т. VI. – М.: Наука, 1986.

13. И.В. Попов, И.В. Фрязинов. Адаптивная искусственная вязкость для многомерной газовой динамики в эйлеровых переменных в декартовых координатах. Матем. моделирование, **22**:1 (2010), 32–45; Math. Models Comput. Simul., **2**:4 (2010), 429–442.
14. И.В. Попов, И.В. Фрязинов. Метод адаптивной искусственной вязкости для уравнений газовой динамики на треугольных и тетраэдральных сетках. Матем. моделирование, **24**:6 (2012), 109–127; Math. Models Comput. Simul., **5**:1 (2013), 50–62.
15. R. Liska, B. Wendroff. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations, November 22, 2001, p.1-57, http://www.math.ntnu.no/conservation/
16. И. В. Попов, И. В. Фрязинов Метод адаптивной искусственной вязкости численного решения уравнений газовой динамики. // М., «КРАСАНД», 2014. – 288 с., 18 п.л.