ПОСТРОЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЭЛАСТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ДВУМЕРНОЙ ЯЧЕЙКЕ ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ КОЛМОГОРОВА

В.В. Денисенко, **С.В. Фортова**

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, ned13@rambler.ru

Целью работы является численное исследование явления полимерной турбулентности в двумерной ограниченной области (квадратной ячейке) при воздействии внешней силы. Возникновение и развитие турбулентного режима изучается на примере течения Колмогорова. Методами прямого численного моделирования течения вязкоупругой среды при различных параметрах течения и полимеров изучены различные типы течения, включая режим эластической турбулентности и режим поднижения сопротивления.

Полимерный раствор обладает необычными реологическими свойствами, связанными с упругими свойствами полимеров [1–3]. Эти свойства проявляются в том случае, когда полимеры оказываются сильно растянутыми. Сильное растяжение происходит как в ламинарных, так и в хаотических потоках. Эффективность растяжения определяется безразмерным числом Вайссенберга

$$Wi = \frac{s}{\gamma_0},$$

где s – характерный градиент скорости, а γ_0 – темп линейной релаксации полимеров. Сильное растяжение полимеров (coil-stretch transition) происходит при $Wi \sim 1$. При дальнейшем увеличении Wi возможен переход в состояние эластической турбулентности, которое является хаотическим состоянием с сильными флуктуациями потока. Нас будут интересовать характеристики эластической турбулентности.

Полная система гидродинамических уравнений, описывающих течение упругой среды, представляет собой совокупность законов сохранения массы, импульса и энергии

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho\mathbf{V}\right)=0,\\
&\frac{\partial \rho u}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho u\mathbf{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho G\sin ky+\mu\Delta u+An\frac{\partial}{\partial x}(R^x)^2+An\frac{\partial}{\partial y}[\gamma(R)R^yR^x],\\
&\frac{\partial \rho v}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho v\mathbf{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho G\sin kx+\mu\Delta v+An\frac{\partial}{\partial y}(R^y)^2+An\frac{\partial}{\partial x}[\gamma(R)R^yR^x],\\
&\frac{\partial}{\partial t}(\rho V^2+e)+\nabla\cdot\left(\mathbf{V}(\frac{\rho V^2}{2}+p+e)\right)=\rho Gv\sin kx+\rho Gu\sin ky+\partial_k\Pi^{ik}, \qquad (1)\\
&\frac{\partial R^x}{\partial t}+u\frac{\partial R^x}{\partial x}+v\frac{\partial R^x}{\partial y}-R^x\frac{\partial u}{\partial x}-R^y\frac{\partial u}{\partial y}+\gamma(R)R^x=0,\\
&\frac{\partial R^y}{\partial t}+u\frac{\partial R^y}{\partial x}+v\frac{\partial R^y}{\partial y}-R^x\frac{\partial v}{\partial x}-R^y\frac{\partial v}{\partial y}+\gamma(R)R^y=0,\\
&\mathbf{V}=(u,v)^T,\Pi_e^{ik}=An\gamma(R)R^kR^i,\Pi^{ik}=\Pi_v^{ik}+\Pi_e^{ik},\gamma(R)=\frac{\gamma_0}{1-\dfrac{R^2}{R_m^2}}
\end{aligned}
$$

К известным уравнениям Навье-Стокса добавляются члены, описывающие процесс влияния полимерного раствора на поток. Также в система уравнений включает в себя уравнения, описывающие эволюцию состояния полимерного раствора. Состояние раствора описывается вектором растяжения полимерных молекул $\vec{R}=(R^x,R^y)$. В уравнениях эволюции вектора $\vec{R}$ присутствует т.н. коэффициент релаксации полимерных молекул $\gamma(R)$, в выражение для которого входит член, обозначенный как R_m, – величина максимального растяжения полимеров. Система (1) замыкается уравнением состояния идеальной среды $p=(\gamma-1)\rho e,\ \gamma=7/5$.

Система (1) решалась гибридным методом – ее гидродинамическая часть аппроксимировалась простейшей линеаризацией Годунова [4], а система, описывающая эволюцию поля вектора растяжений полимерных молекул – конечно-разностным методом. Для повышения устойчивости численной методики в правую часть системы уравнений эволюции поля растяжений полимеров $\bar{R}$ был добавлен диффузионный член $C_d \Delta R^i$.

В работе численно исследовано влияние граничных условий и концентрации полимерных молекул An на характеристики течения. Увеличение An приводит к тому, что течение становится более неустойчивым. Также исследовано влияние одного из важных параметров задачи - числа Wi на устойчивость течения и формирования турбулентного режима течения.

Литература

1. S. Berti, A. Bistagnino, G. Boffetta, A. Celani and S. Musacchio. Small scale statistics of viscoelastic turbulence. // Europhysics Letters, 76(1), 2006.
2. S. Berti, A. Bistagnino, G. Boffetta, A. Celani, and S. Musacchio. Two-dimensional elastic turbulence. // Phys. Rev. E, 77, 055306(R), 2008.
3. S. Berti and G. Boffetta. Elastic waves and transition to elastic turbulence in a two-dimensional viscoelastic Kolmogorov flow. // Phys. Rev. E, 82, 036314, 2010.
4. Godunov, S., Denisenko, V., Klyuchinskiy, D., Fortova, S., and Shepelev, V. (2020). Study of Entropy Properties of a Linearized Version of Godunov's Method. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 60. 628-640. 10.1134/S0965542520040089.