ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ СХЕМ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ С КВАЗИОДНОМЕРНОЙ РЕКОНСТРУКЦИЕЙ ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ РАСЧЕТАХ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

Е.В. Бабич, Е.В. Колесник

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, lll.helen.lll@mail.ru

Современные задачи аэродинамики и аэроакустики, решаемые посредством численного моделирования, требуют адекватного разрешения мелкомасштабных возмущений с сохранением их волновых свойств, при этом качество и ресурсоемкость вычислений в первую очередь определяются точностью используемых численных схем [1–4]. В настоящее время среди схем высокого порядка точности, применяемых для решения задач на неструктурированных сетках по методу конечного объема, большее распространение получили схемы с квазиодномерной реконструкцией переменных [2–4]. Согласно данному подходу вначале с использованием различных полиномов определяются значения «основных» переменных слева и справа от грани, после чего расчет вектора газодинамических потоков на грани проводится с использованием реконструированных значений. К настоящему времени исследованиям по данной тематике посвящено большое количество публикаций, однако в литературе до сих пор имеются различные мнения по данному вопросу [2]. Настоящая работа посвящена тестированию нескольких схем повышенного порядка точности (3-го и 5-го порядка) с квазиодномерной реконструкцией переменных при расчетах на неструктурированных сетках с различным типом сеточных элементов.

Расчеты выполнены с использованием конечно-объемного «неструктурированного» программного кода SINF/Flag-S, разрабатываемого в СПбПУ. В рамках данной работы код SINF/Flag-S был дополнен возможностью проведения расчетов с применением схем 3-го и 5-го порядков точности с квазиодномерной реконструкцией переменных. Для нахождения точек расширенного шаблона реконструкции на неструктурированных сетках был реализован алгоритм, предложенный в работах [3, 4].

В работе проведен анализ и сопоставление схем повышенного порядка точности с квазиодномерной реконструкцией переменных, построенных в соответствии с конечно-разностным (КР) и конечно-объемным (КО) подходом. Различие этих подходов заключается в том, что конечно-объемный подход аппроксимирует первую производную с заданным порядком точности, а конечно-разностный с заданным порядком точности аппроксимирует значение переменной на грани. Необходимо отметить, что данные оценки справедливы на равномерной структурированной сетке, т.е. когда реконструкция вырождается в одномерную.

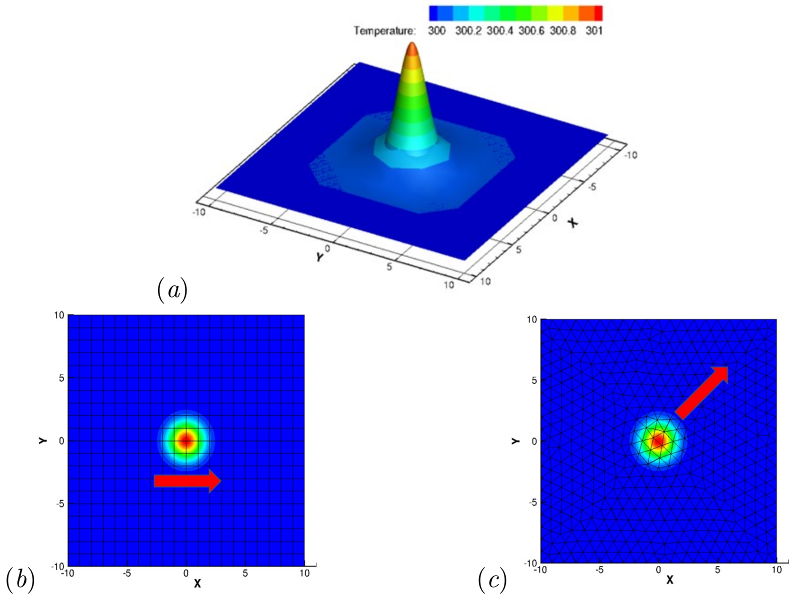
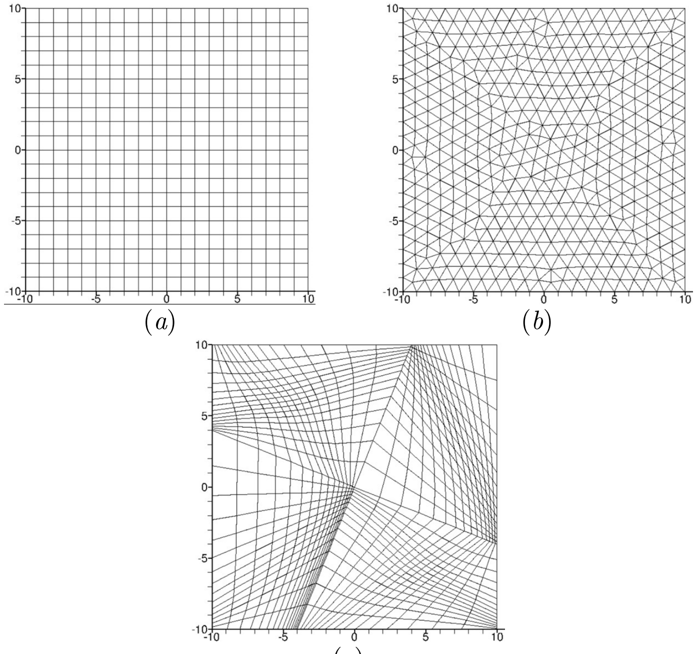


Рис. 1. Пример сигнала, полученного на прямоугольной и треугольной сетках

Тестирование схем проводится на двумерной задаче переноса начального сигнала со скоростью $c = 1$, имеющего вид функции Гаусса (рис. 1 (a)) $T_0(\mathrm{x}) = 300 + \exp(-(\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2)/2)$ в квадратной области $-10 < x < 10$, в течение промежутка времени $t_{\max} = 1.25$. Полученные результаты сравнивались с известным аналитическим решением. Численная ошибка и порядок точности оценивались в точке максимума функции Гаусса. Расчеты были проведены на сетках с прямоугольным (рис. 2a) и треугольным типом ячеек (рис. 2b), а также на сетках с сильно скошенными ячейками (рис. 2c).



(a) (b) (c)

Рис. 2. Пример расчетной сетки с прямоугольными ячейками (a), треугольными ячейками (b) и сетка с сильно скошенными ячейками (c)

На рис. 3a показано, что на равномерных сетках с прямоугольными ячейками достигаются предсказываемые теорией порядки точности (до пятого включительно). Для расчетов на сетке из треугольных элементов (рис. 3b) видно общее увеличение ошибки аппроксимации по сравнению с результатами на прямоугольной сетке, а порядок точности схем в среднем не превышает трех. Стоит отметить, что в данном случае ошибка аппроксимации может зависеть от выбора ячейки, в которой оценивалась ошибка, поэтому аккуратно оценить порядки точности с помощью такого подхода затруднительно.

В работе также проводился анализ интегральной ошибки для различных сеток и было показано, что высокоточные схемы дают пониженную интегральную ошибку, в том числе на сетках низкого качества (например, с сильно скошенными ячейками).

В целом, можно отметить преимущество схем, построенных по конечно-объемному подходу, при расчете на квазиструктурированных сетках, однако на неструктурированных сетках низкого качества лучшие результаты были получены по схемам, построенным в соответствии с конечно-разностным подходом.

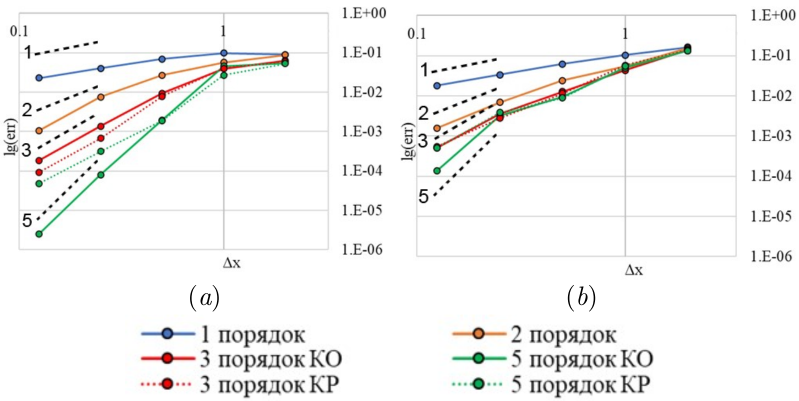


Рис. 3. Ошибка численного решения для задачи переноса температурного сигнала на равномерной квазиструктурированной сетке (*a*) и треугольной сетке (*b*)

Литература

1. Liu X.-D., S. Osher, T. Chan Weighted essentially non-oscillatory schemes. J. Comput. Phys., v.115, 1994, pp. 200-212.
2. B. V. Leer, H. Nishikawa Towards the ultimate understanding of MUSCL: Pitfalls in achieving third-order accuracy. J. Comput. Phys., v.446, 2021.
3. C. Le Touze, A. Murrone, H. Guillard Multislope MUSCL method for general unstructured meshes. J. Comput. Phys., v.284, 2015, pp. 389-418.
4. Бахвалов П.А., Козубская Т.К. Схема с квазиодномерной реконструкцией переменных, определенных в центрах элементов трехмерной неструктурированной сетки. Матем. Моделирование, 2016, т. 28, N.3, С. 79–95.