



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ИНТЕНСИВНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУИ LTRAC В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ (АНАЛИЗ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА)

С.Н. Гурбатов¹, И.Ю. Демин¹, А.А. Лисин¹, А.Е. Спивак¹, С.А. Карабасов^{1,2}, А.В. Тюрина³

¹*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, demin@rf.unn.ru*

²*Queen Mary, University of London, London, United Kingdom*

³*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
г. Москва*



Уравнение Бюргерса (плоская волна)

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \beta V \frac{\partial v}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad v(x=0, t) = v_0(t)$$

Для плоской волны можно ввести два расстояния

$$r_l = \frac{2c^3 \rho}{\mu \omega_0^2} \quad r_{nl} = \frac{c^2}{\beta \omega_0 V_0}$$

Акустическое число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{r_l}{r_{nl}}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\text{Re}}$$

$$s = \frac{x}{l} \quad \tau = \omega_0 t \quad u(s, \tau) = \frac{v(s, \tau)}{V_0}$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial \tau} = \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}$$

Обобщенное уравнение Бюргерса для сферически-расходящихся ВОЛН

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} - \frac{\beta}{c^2} V \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{b}{2c^3 \rho} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2},$$

$$V_0(t) = V(t, r = r_0)$$

r_0 - радиус источника

$$U = \frac{r}{r_0} \frac{V}{V_0}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad x = \frac{r - r_0}{r_{nl}},$$

Для расходящейся волны можно ввести "начальный безразмерный радиус"

$$R_0 = \frac{r_0}{r_{nl}} = \frac{\beta r_0 \omega_0 p_0}{c^2}$$

$$R = R_0 \ln \left(\frac{R_0 + x}{R_0} \right), \quad r_{nl} = \frac{c^2}{\beta \omega_0 V_0}, \quad r_l = \frac{2c^3 \rho}{b \omega_0},$$

$$g(R) = \exp \left(\frac{R}{R_0} \right).$$

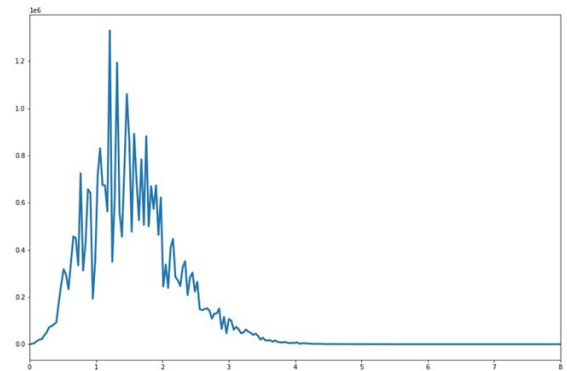
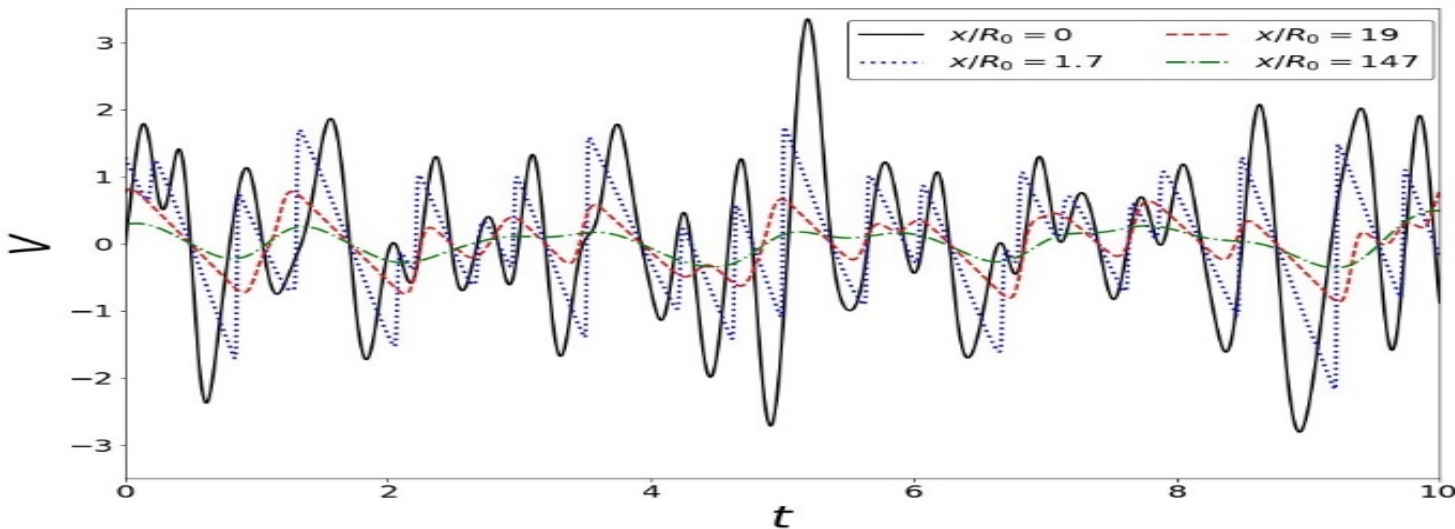
$$\frac{\partial U}{\partial R} - U \frac{\partial U}{\partial \tau} = \varepsilon g(R) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2},$$

$$V(\omega, R) = F[V(t, R)] \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(t, R) \exp(-i\omega t) dt$$

$$V(\omega, R + \Delta R) = V(\omega, R) + \frac{1}{2} i\omega F \left[\left(F^{-1}[V(\omega, R)] \right)^2 \right] \Delta R - \varepsilon \cdot \exp\left(\frac{R}{R_0}\right) \omega^2 V(\omega, R) \Delta R,$$

В качестве начального условия $V(\omega, R = 0) = V_0(\omega)$ рассматривался случайный процесс $V_0(\omega) = \xi \sqrt{E_0(\omega)}$, где $\xi = A + iB$ – случайный гауссов процесс, $\langle A \rangle = \langle B \rangle = 0$ и $\langle A^2 \rangle = \langle B^2 \rangle = 1$,

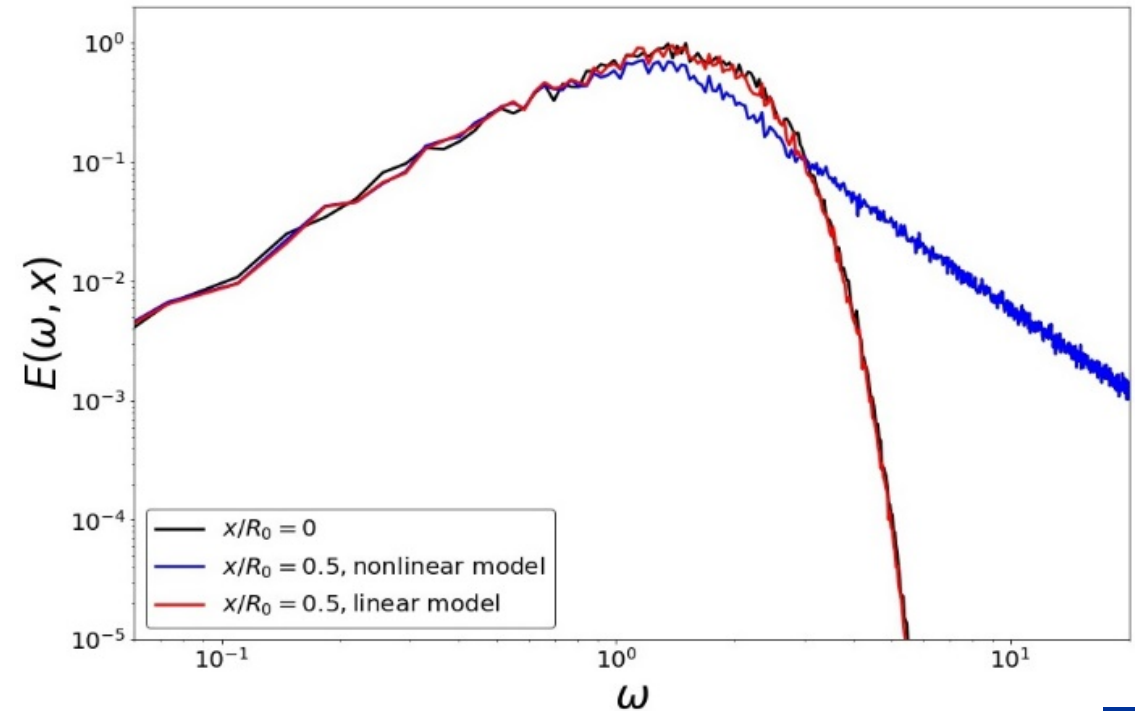
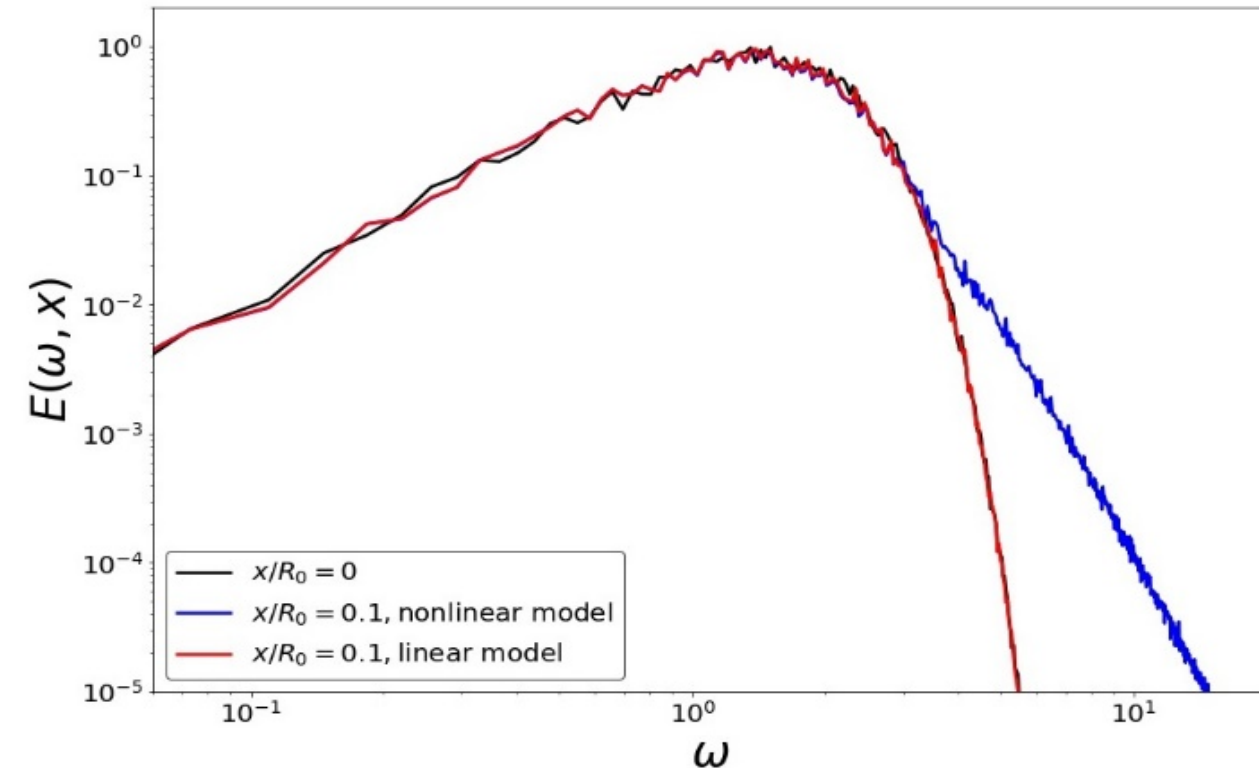
$E_0(\omega)$ – начальный спектр $E_0(\omega) = \frac{\sigma_0^2}{\omega_* \sqrt{2\pi}} \left(\frac{\omega}{\omega_*} \right)^{2n} e^{-\frac{\omega^2}{2\omega_*^2}}$, $\sigma_0^2 = 1$, $\omega_* = 1$,



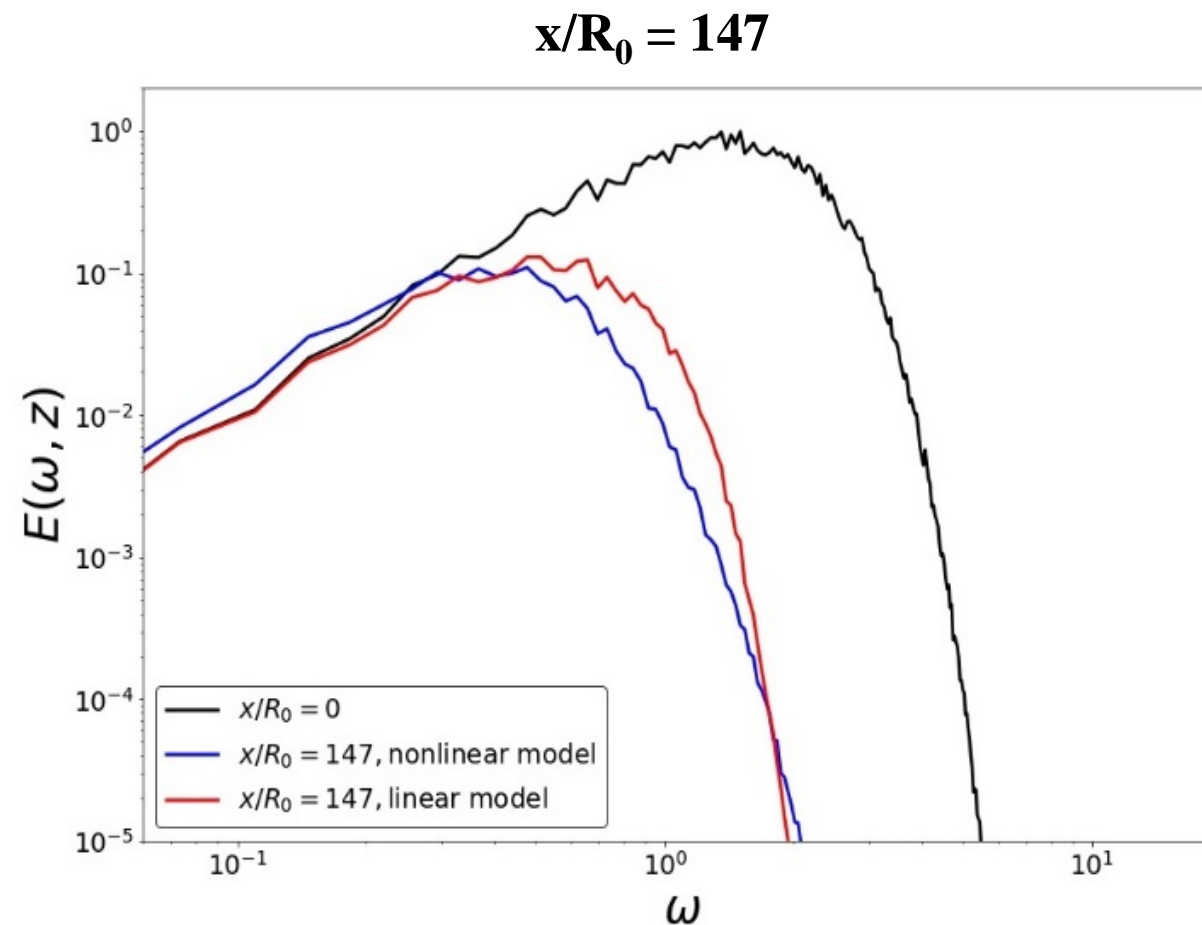
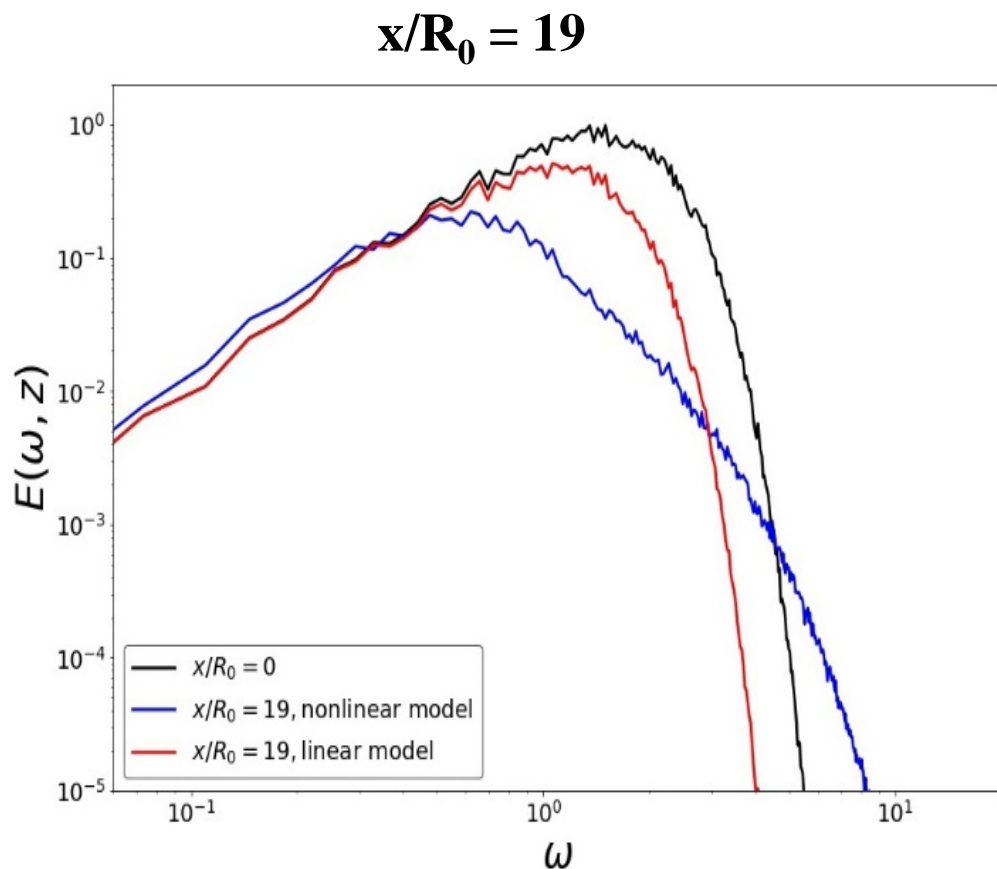
Энергетические спектры распространения сферических волн при акустическом числе Рейнольдса $Re = 100$ (или $\varepsilon = \Gamma = 0.01$) и различных расстояниях x/R_0 от источника с учетом (**синяя линия**) и без учета нелинейности (**красная линия**).

 $x/R_0 = 0,1$

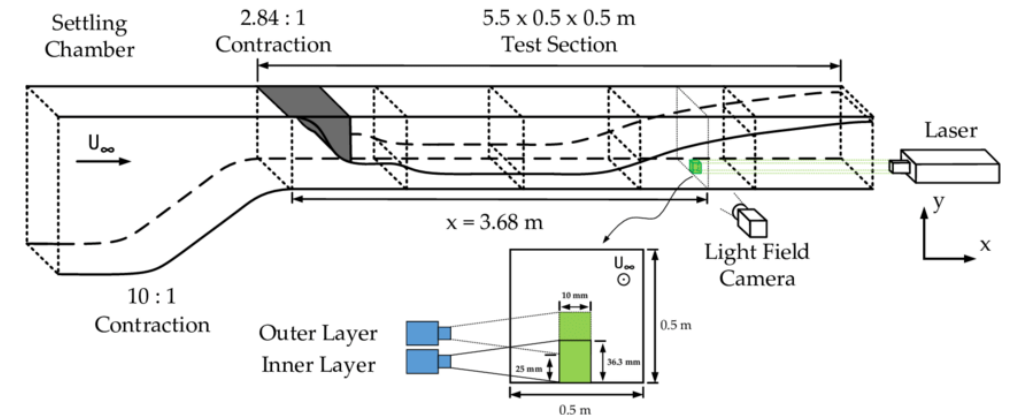
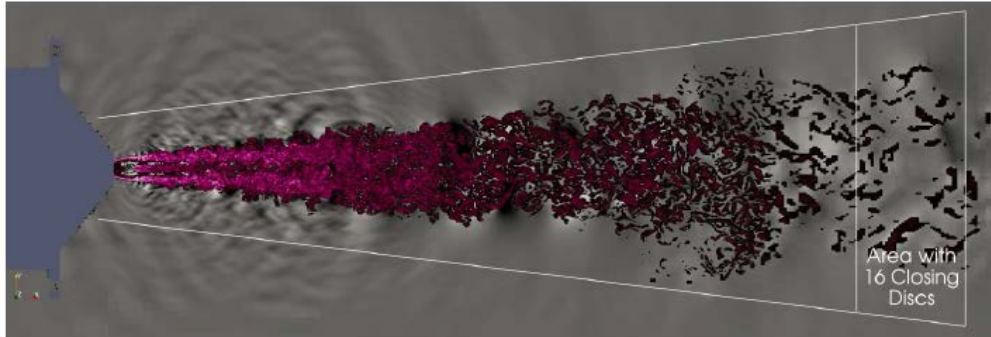
$$E(\omega, R) = V(\omega, R)V^*(\omega, R)$$

 $x/R_0 = 0,5$ 

Энергетические спектры распространения сферических волн при акустическом числе Рейнольдса $Re = 100$ (или $\varepsilon = \Gamma = 0.01$) и различных расстояниях x/R_0 от источника с учетом (синяя линия) и без учета нелинейности (красная линия).



Эксперимент LTRAC



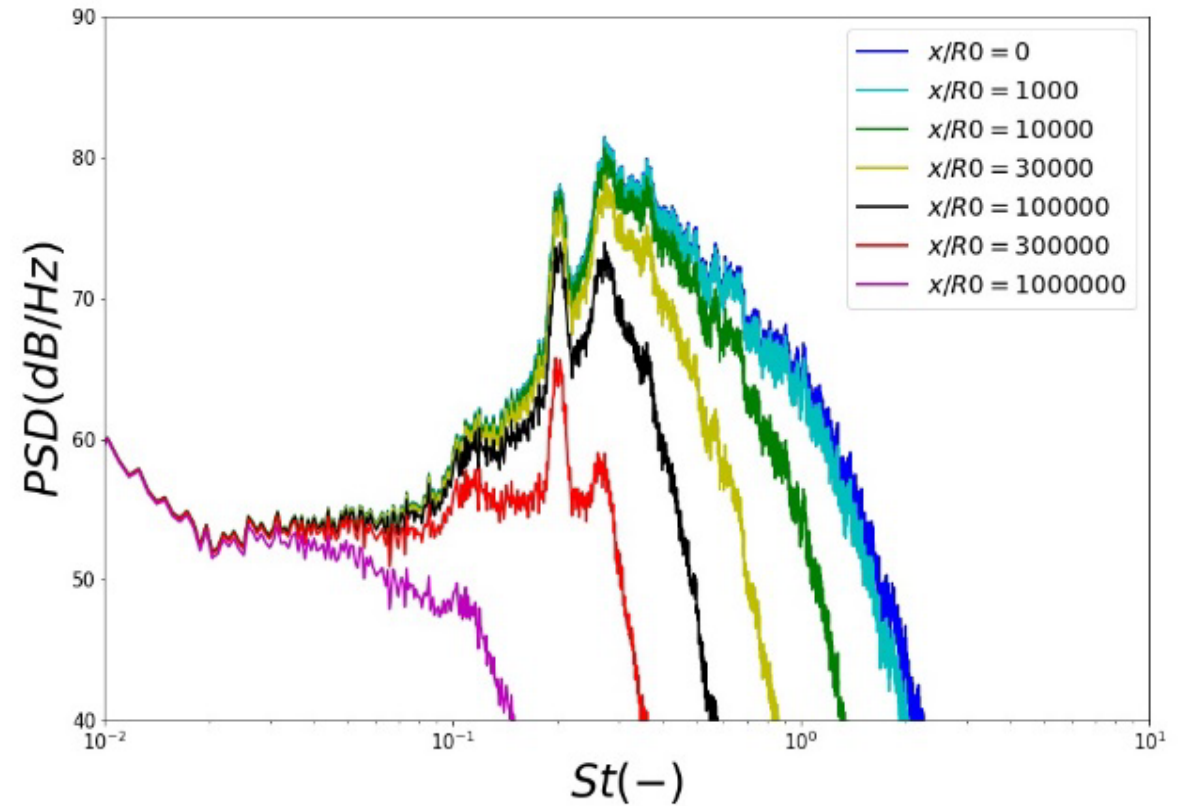
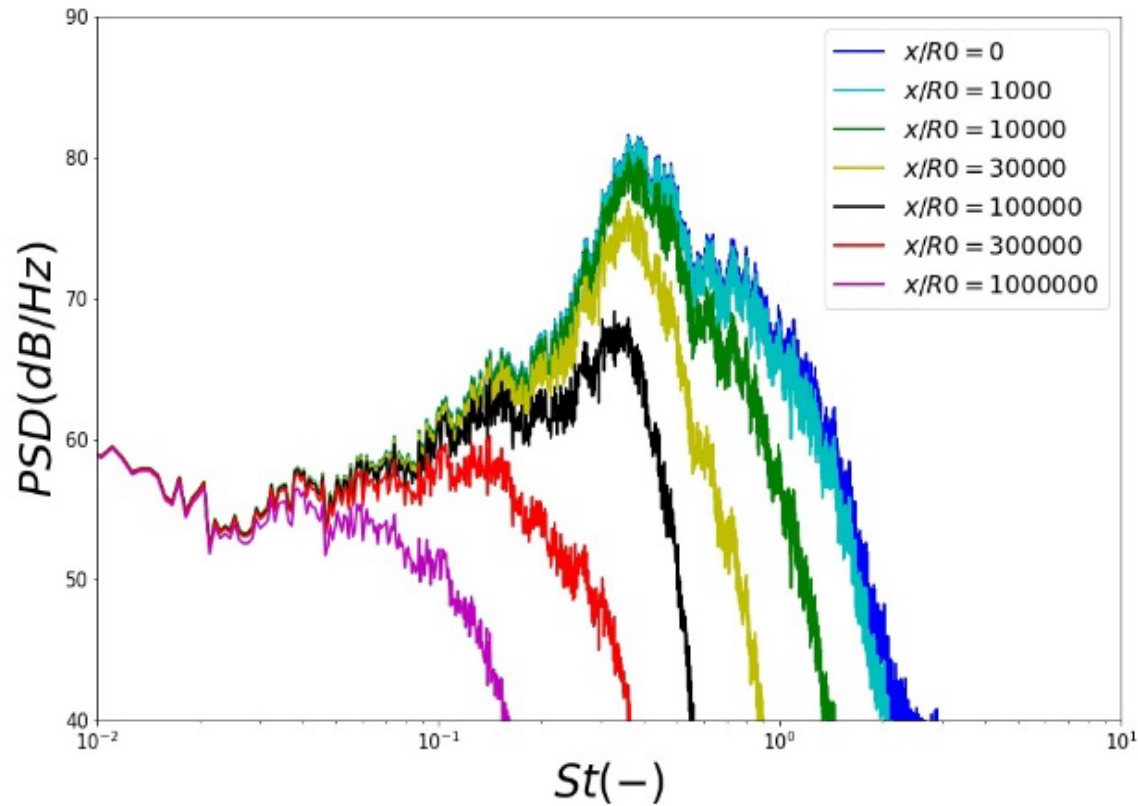
Сверхзвуковой недорасширенный струйный поток, используемый как начальные условия, соответствует условиям эксперимента, проведенного в Лаборатории исследования турбулентности в аэрокосмической сфере и горении (**Laboratory for Turbulence Research in Aerospace and Combustion (LTRAC) Supersonic Jet Facility at Monash University**). В эксперименте LTRAC сжатый воздух подается в водоотводящую камеру при температуре примерно $T_k=288\text{K}$. Камера статического давления соединена со смесительной камерой в нормальных атмосферных условиях, где были проведены измерения скорости изображения частиц с высоким разрешением (PIV). Сжатый воздух выходит из осесимметричного сопла $D_j = 15\text{mm}$ с острой кромкой толщиной 5 мм. Условия полностью расширенного потока соответствуют $M_{fe} = 1.59$, $NPR = 4.2$, $D_{ef} = 16.73\text{mm}$ и $Re = 1.06 \cdot 10^6$. Сопло имеет соотношение площадей на входе и выходе 93,44 с короткой полностью сходящейся секцией, так что поток на выходе является звуковым со скоростью $U_j = 310\text{m/s}$.

Распространение шума сверхзвуковой струи в дальней зоне

Чтобы задать начальные условия для модели Бюргерса, решение спектров давления, полученное методом FW-N, преобразуется в флуктуацию акустической скорости с допущением линейной зависимости между амплитудами давления и пульсаций скорости $U'(f) = p'(f) / \rho_\infty C_\infty$ в соответствии с линейной моделью акустической волны $r/D_j = 20$. Рассмотрены два начальных условия распространения сферической волны: спектры акустической скорости, полученные из решения LES-FW-N под углом наблюдателя 90° и 120° .

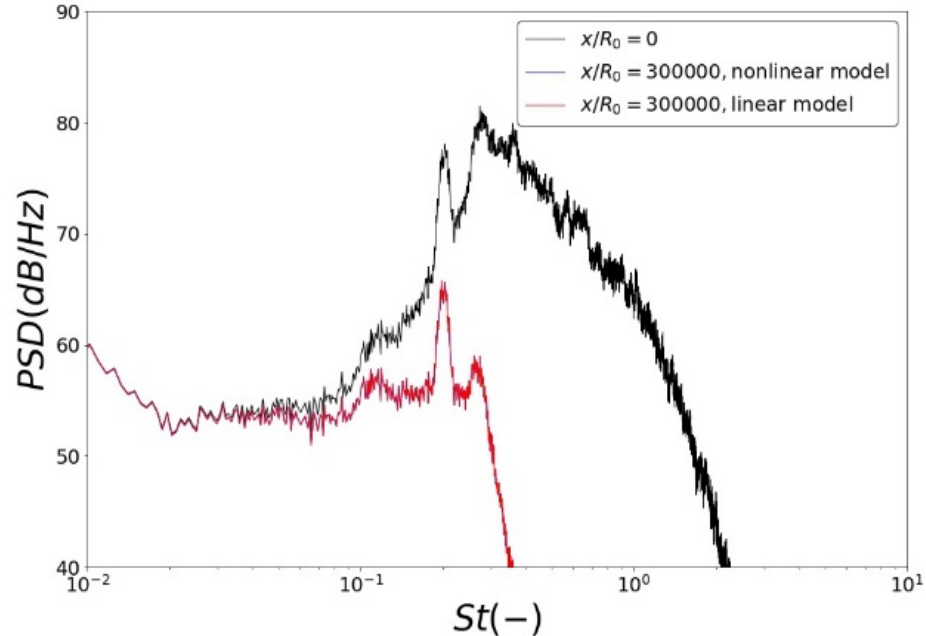
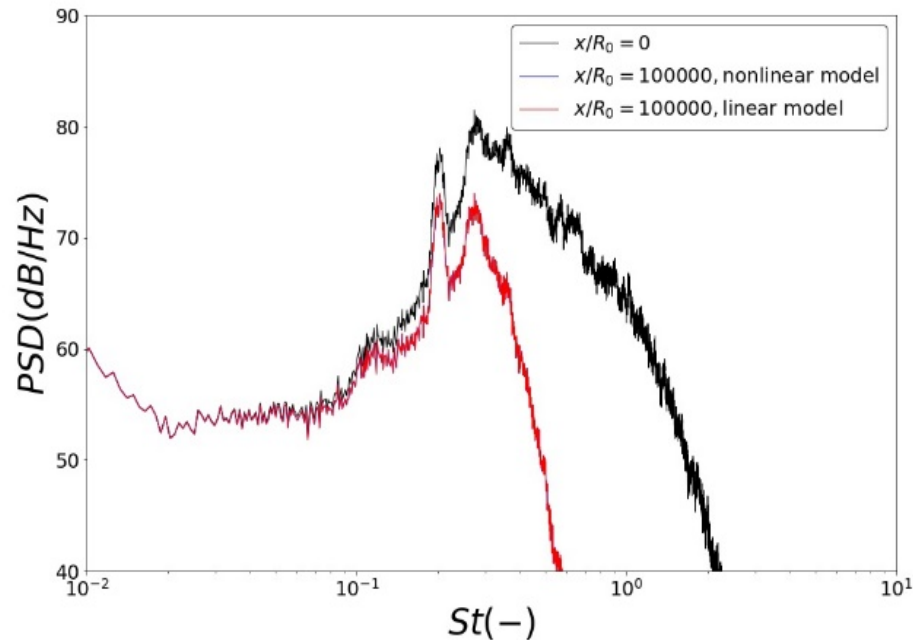
Для обоих двух условий соответствующая частота распространения звуковой волны оценивается по пиковой частоте BBSAN, которая для струи LTRAC составляет 13,12 кГц

r_l	r_{nl}	ϵ	R_0
38841.34	7470	0.1923	0.00004

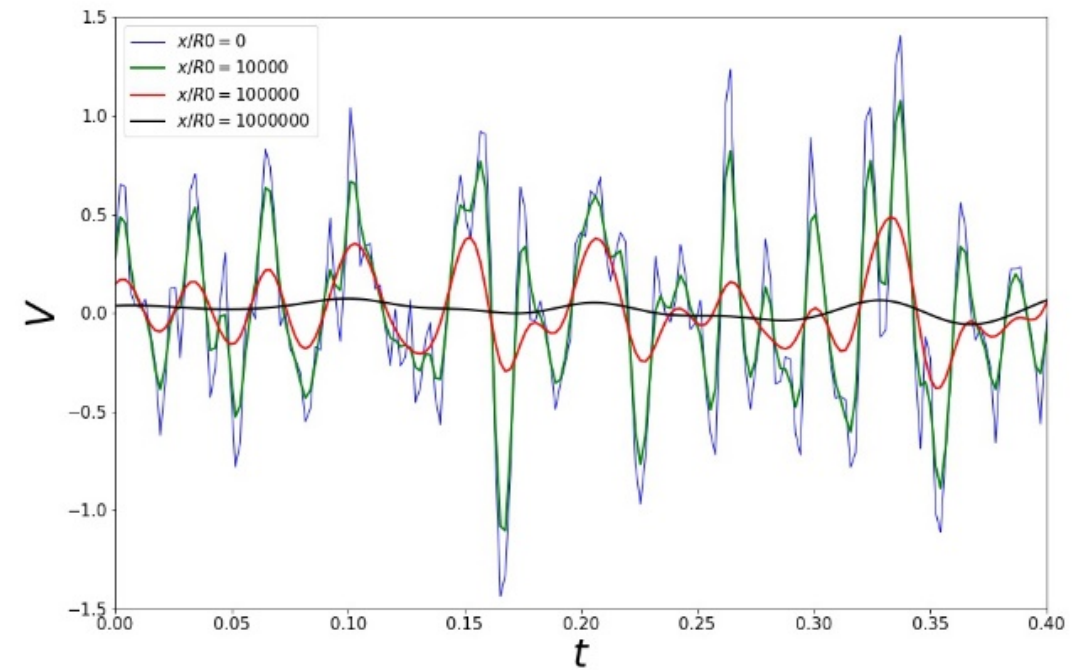
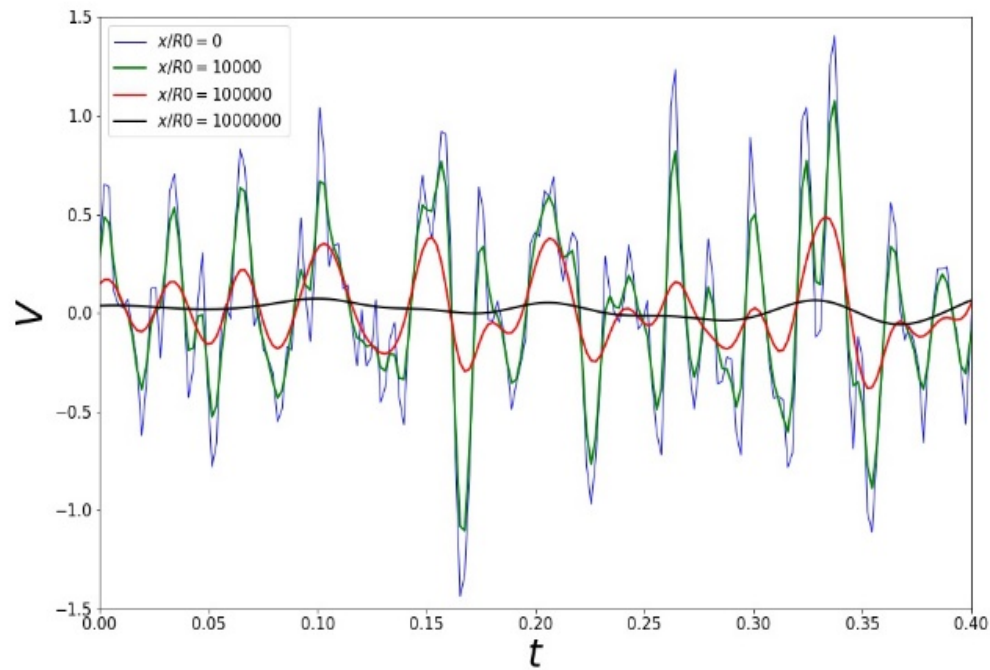


Обобщенные решения Бюргерса для спектров шума струи LTRAC на разных расстояниях от заданных начальных условий, соответствующих решению LES-FW-H, при углах наблюдателя 90° и 120° .

Чтобы количественно оценить влияние нелинейности на распространение шума струи LTRAC в дальней зоне, решения уравнения Бюргера для тех же начальных условий пересчитываются без квадратичного члена скорости. Сравнение нелинейного и линейного решений модели Бюргера для двух типичных расстояний от источника, соответствующих спектрам шума LES-FW-N при угле наблюдения 120° . Сравнение для начальных условий при угле наблюдателя 90° очень похоже, поэтому не включено.



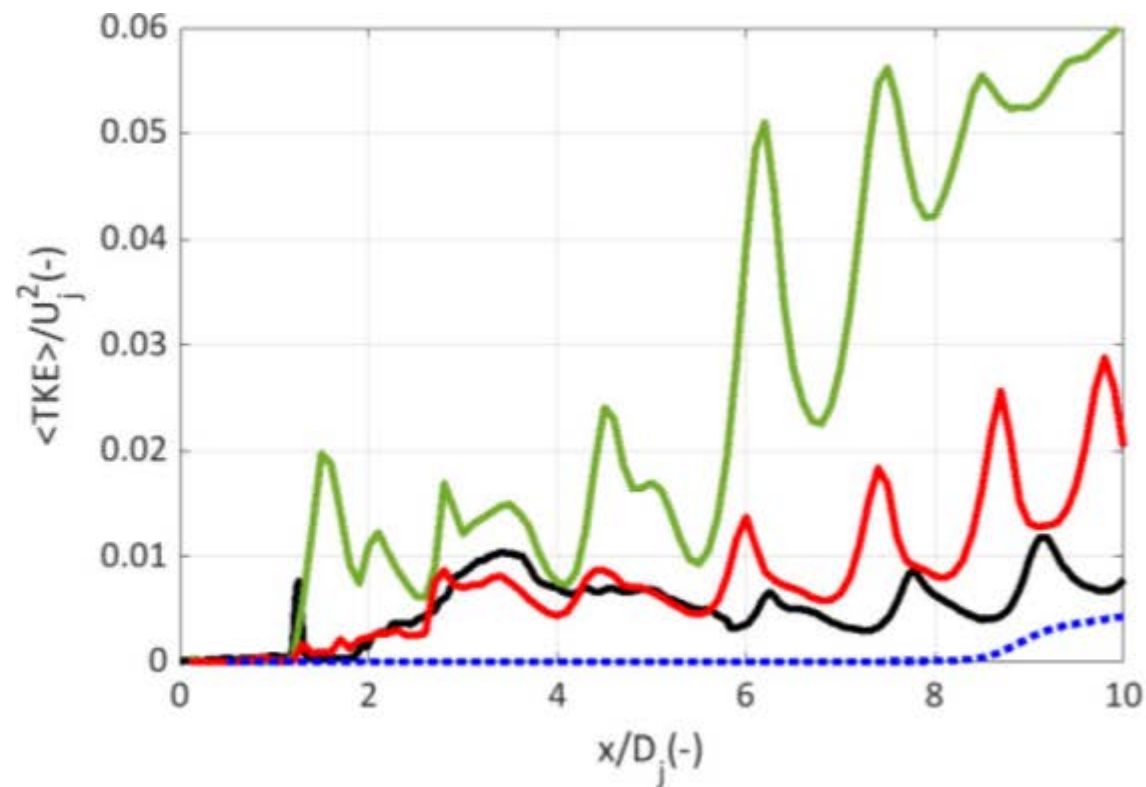
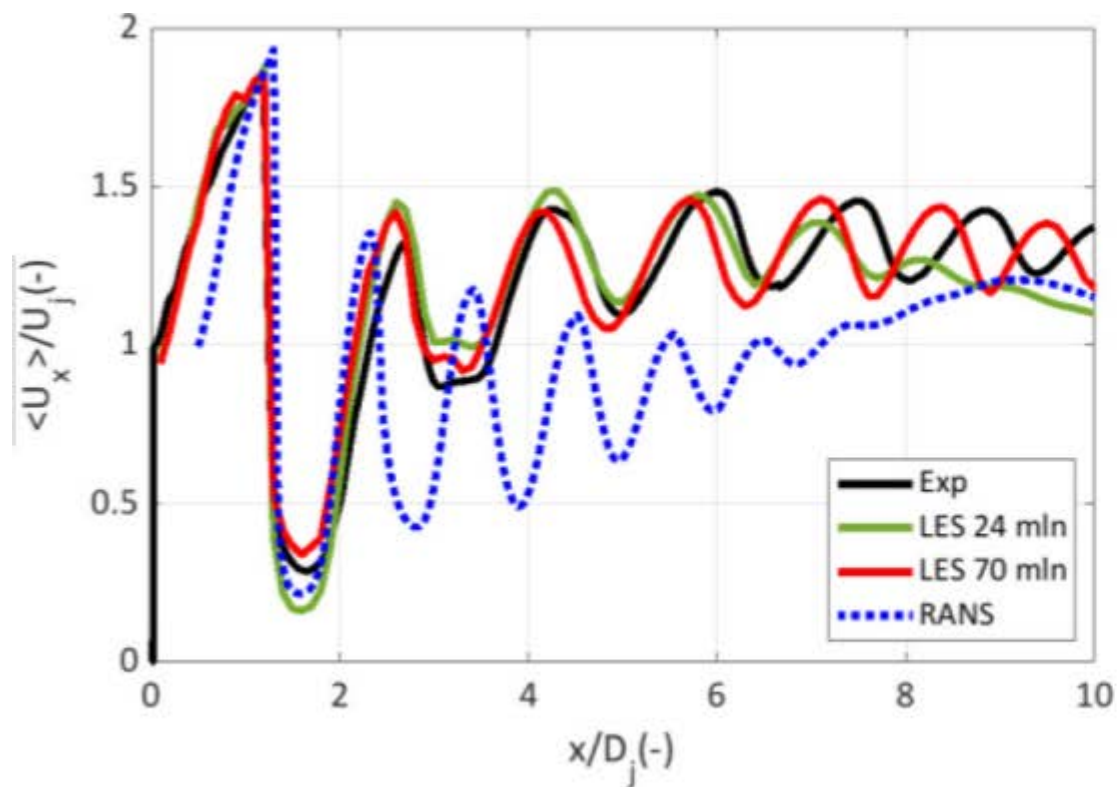
Линейное и нелинейное решения полностью совпадают, что подтверждает, что влиянием нелинейности на распространение шума в дальней зоне струи LTRAC можно пренебречь.



На рисунке показано сравнение мгновенных флуктуаций скорости (отдельные реализации стохастического решения) модели Бюргера для того же начального условия. Опять же, линейные и нелинейные решения сравниваются на нескольких расстояниях от источника. Ясно, что нелинейное решение Бюргера качественно не отличается от линейного: фронты акустических волн не обнаруживают значительного укручения. Это объясняет, почему для рассматриваемой струи LTRAC нелинейность не играет роли для формирования спектров шума в дальней зоне.



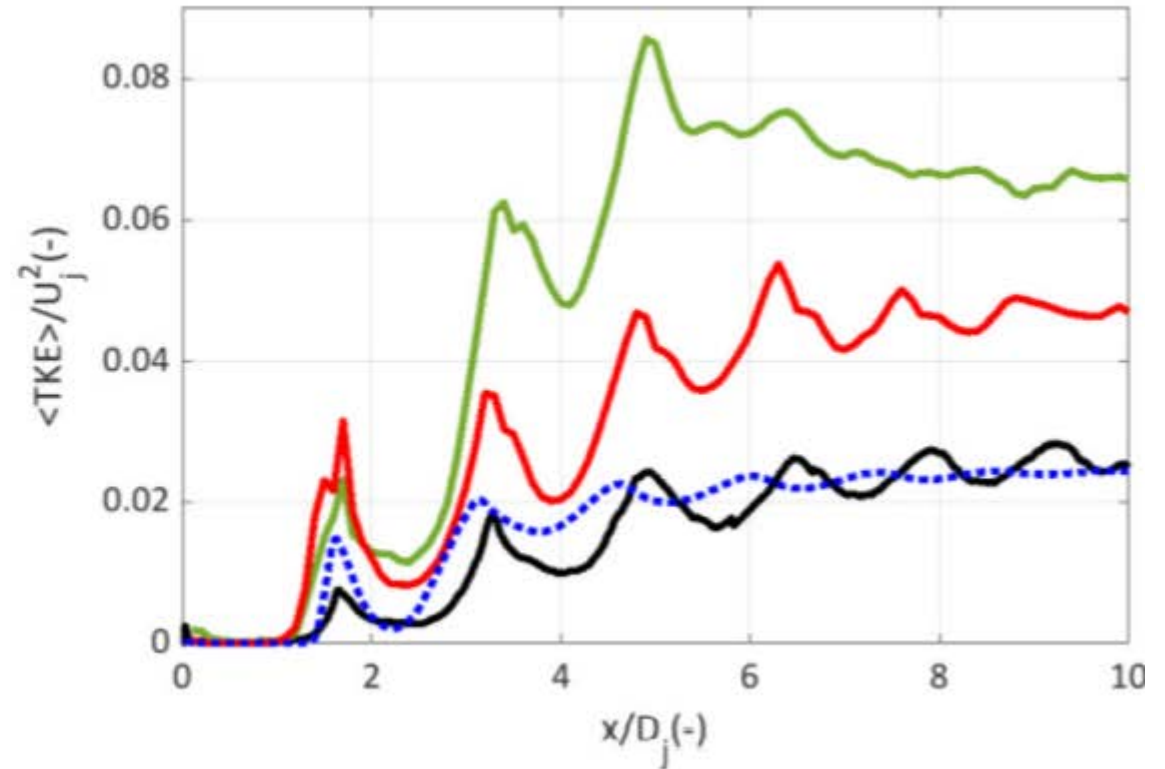
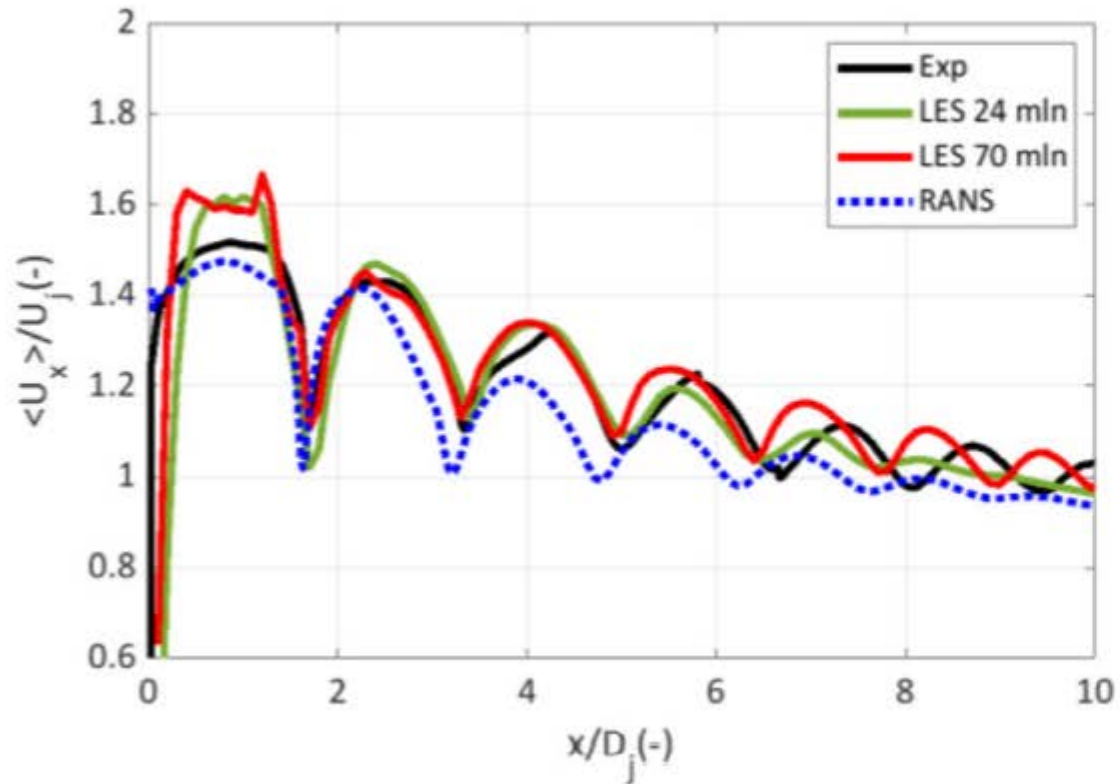
Валидация: профили по оси сопла



Gryazev et al. JASA 2021

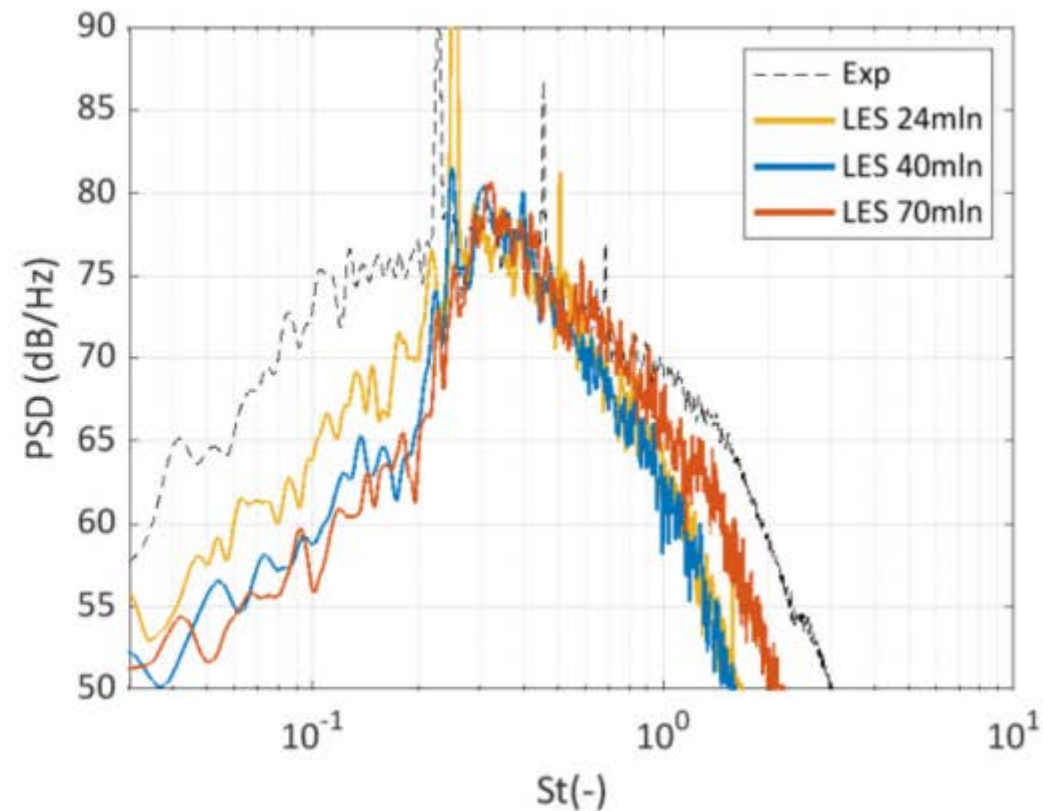
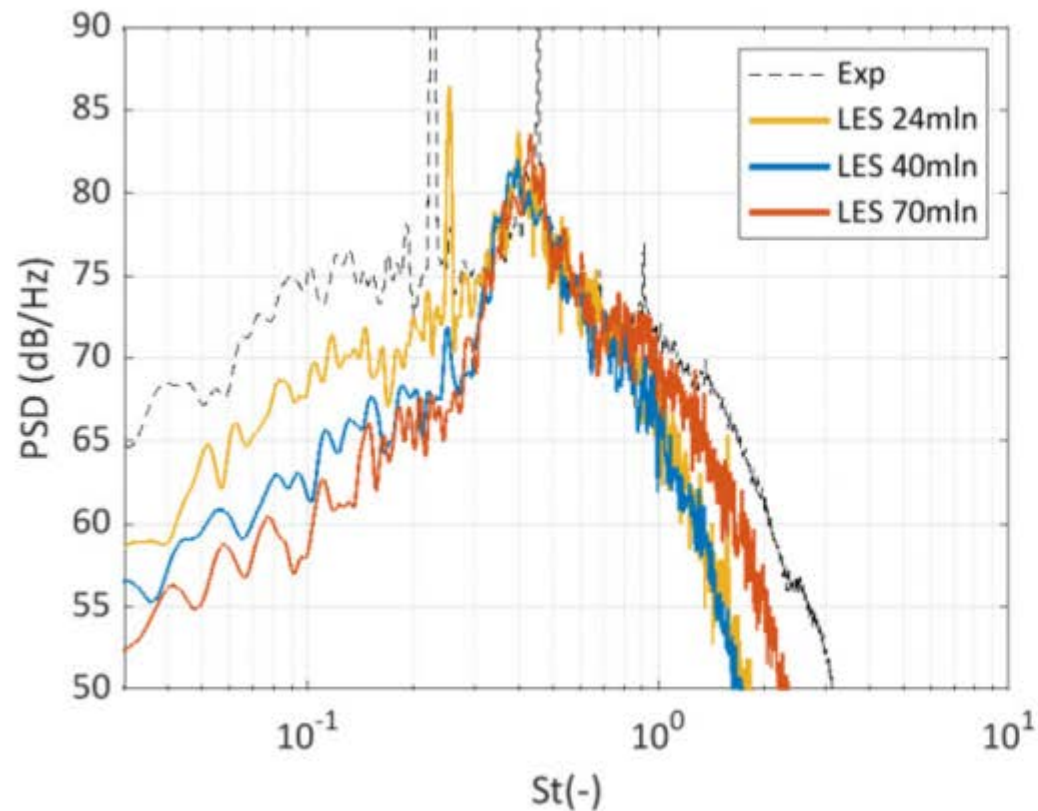


Валидация: профили по срезу сопла



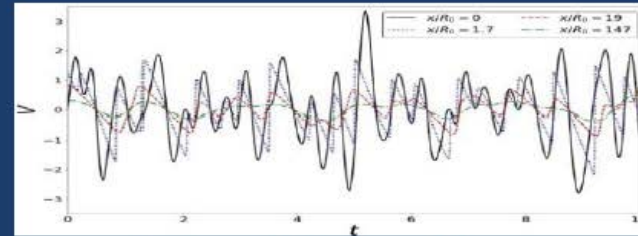
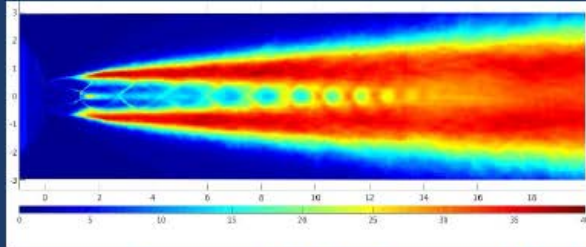
Gryazev et al. JASA 2021

Валидация: акустические спектры на расстоянии 100 калибров струи



Gryazev et al. JASA 2021

When is Nonlinear Sound Propagation Important for Broad Band Shock Associated Noise?



**Sergey A. Karabasov, Vasily Gryazev, Anton P. Markesteijn,
Queen Mary, University of London, London E1 4NS, United Kingdom
Anuroopa Kalyan,**

**Sergey N. Gurbatov, Igor Yu. Demin, and Anastasia V. Turina
Lobachevsky State University, 23 Gagarin Av., Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation
AIAA 2020, 15-19 June**

Copyright © by AIAA

Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., with permission.

AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS | AIAA.ORG



Vasily Gryazev, Anton P. Markesteijn, Sergey A. Karabasov, Anuroopa Kalyan, Sergey N. Gurbatov, Igor Yu. Demin and Anastasia V. Turina

When is Nonlinear Sound Propagation Important for Broad Band Shock Associated Noise?

// AIAA 2020-2506. Session: Jet Aeroacoustics I. Published Online: 8 Jun 2020

<https://doi.org/10.2514/6.2020-2506>

Заключение

Путем сравнения нелинейного и линейного решений уравнения Бюргерса для одних и тех же начальных данных в широком диапазоне расстояний от источника до 18 миллионов начальных диаметров струи было установлено, что распространение нелинейных волн не играет существенной роли. в формировании характерных шумовых спектров треугольной формы, характерных для нелинейных акустических волн. Следовательно, случай рассматриваемой струи LTRAC попадает в категорию мелкомасштабных сверхзвуковых струй, где нелинейные волновые эффекты, важные для струи в ближнем поле, становятся совершенно незначительными для распространения акустической волны в дальней зоне.

Спасибо за внимание!