

VIII Российская конференция
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ
В АЭРОАКУСТИКЕ И АЭРОДИНАМИКЕ



20—25 сентября 2021 г., ГЕЛЕНДЖИК



НЕЛИНЕЙНОЕ РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ И ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА В СВЕРХЗВУКОВОМ СЛОЕ СМЕШЕНИЯ

А.Н. Кудрявцев, Д.В. Хотяновский

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН*

Новосибирский государственный университет

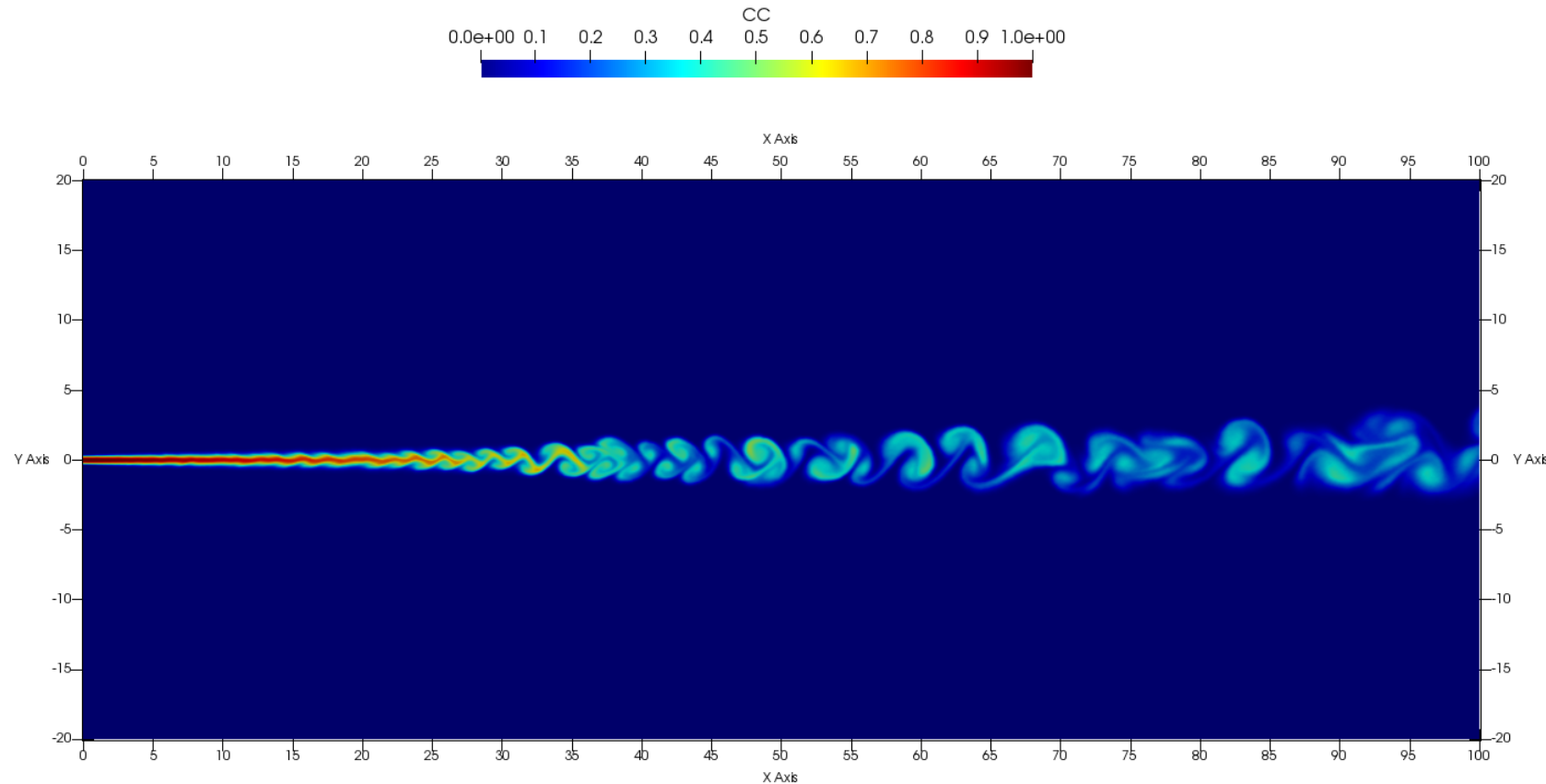
Мотивация

- Проект, посвященный возникновению и развитию гидродинамических неустойчивостей в течениях разреженных газов.
- Два вида разреженных течений, в которых возникают неустойчивости:
 - течения под действием внешних массовых сил (неустойчивости Рэля-Тейлора, Джинса, Рихтмайера-Мешкова);
 - свободные сдвиговые течения (слои смешения, струи, следы).
- Использование различных кинетических подходов:
 - метод прямого статистического моделирования (PCM, DSMC — Direct Simulation Monte Carlo);
 - модельные кинетические уравнения (БГК, модель Шахова, эллипсоидальная статистическая модель);
 - детерминистическое решение уравнения Больцмана.
- Линейная теория гидродинамической устойчивости, моделирование на основе уравнений Навье-Стокса — как вспомогательное средство.

Моделирование на основе молекулярно-кинетических подходов

- Моделирование неустойчивости Кельвина-Гельмгольца путем решения модельного кинетического уравнения (*Yang & Chang, 1997*).
- Моделирование методом молекулярной динамики неустойчивостей Рэля-Тейлора и Рихтмайера-Мешкова (*Kadau et al., 2004, 2008*), Кельвина—Гельмгольца (*Glosli et al., 2007*) — использовано до 1 трлн. атомов.
- Моделирование методом ПСМ неустойчивостей Рихтмайера-Мешкова и Рэля-Тейлора (*Gallis et al., 2015, 2016*) — до 100 млрд. частиц, 200 млн. ячеек и 1.57 млн. ядер суперкомпьютера IBM Blue Gene/Q Sequoia.
- В расчетах методом ПСМ неизбежно присутствуют статистические флуктуации, которые во много раз больше, чем в реальных течениях.
- **Наш подход:** использовать разумно большое, но не запредельное число частиц, воспринимая флуктуации как особенность метода (иногда полезную), проверять в вычислительных экспериментах, что она не искажает физическую картину течения.

Моделирование методом ПСМ плоской сверхзвуковой струи



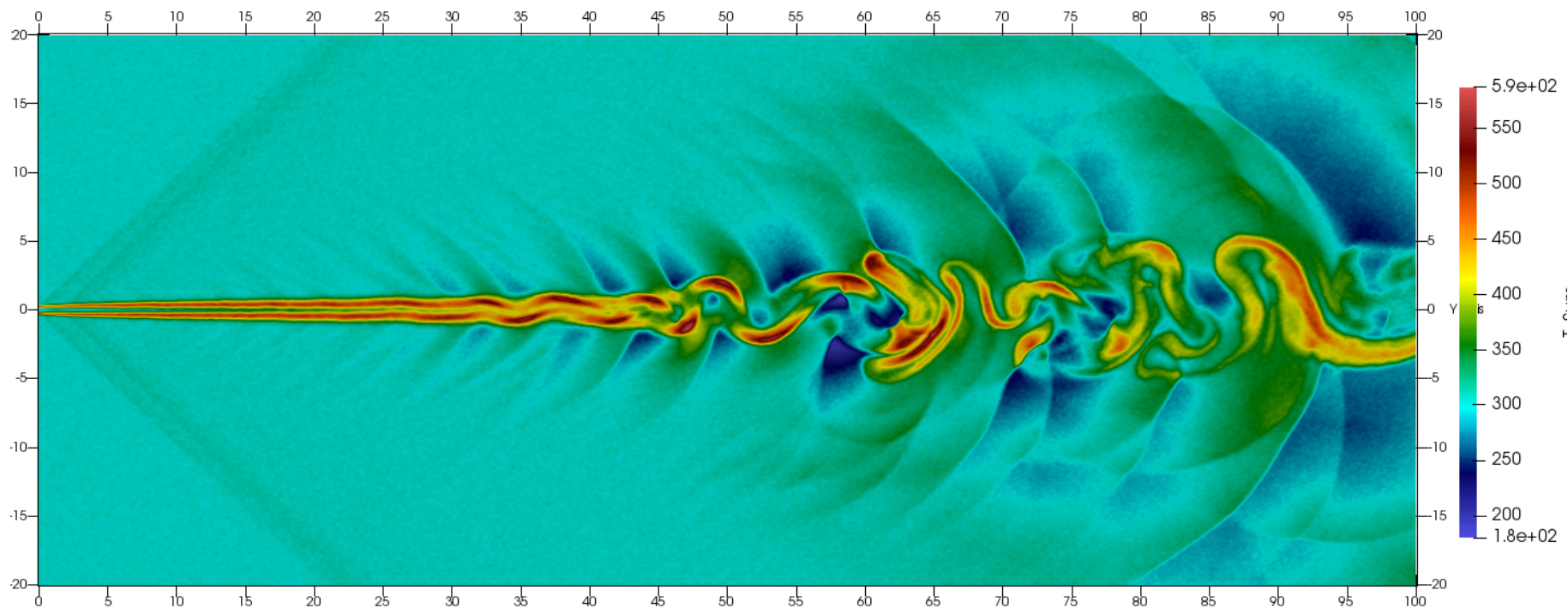
"Мгновенное" поле концентрации частиц, вытекающих из сопла.

$M_j = 2.5$, $M_a = 1.5$, $Kn = \lambda_a/h = 0.0058$.

Код SMILE-GPU (*CUDA + OpenMP + MPI*), 1 млрд. частиц, расчет на 12 ГПУ



Моделирование методом ПСМ плоской сверхзвуковой струи

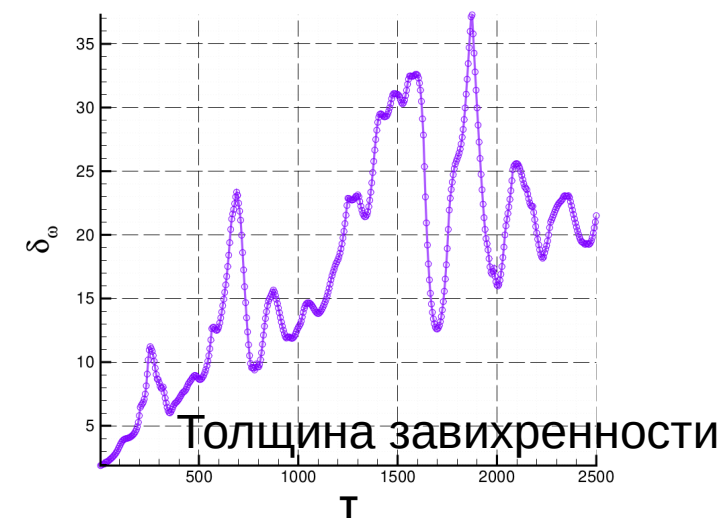
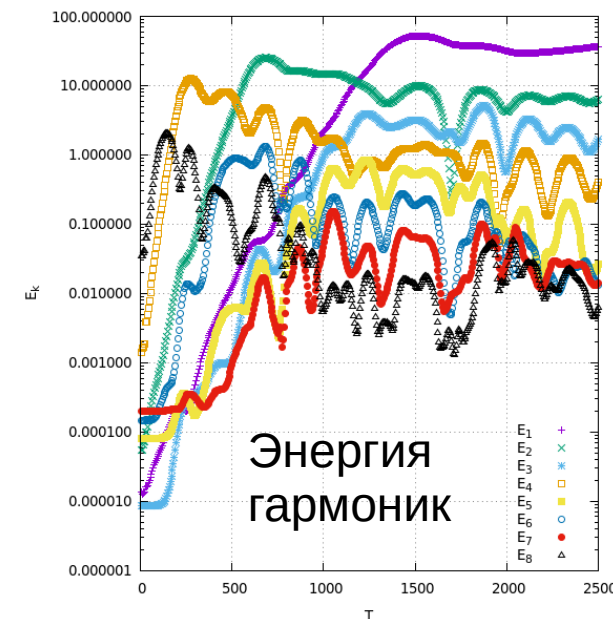
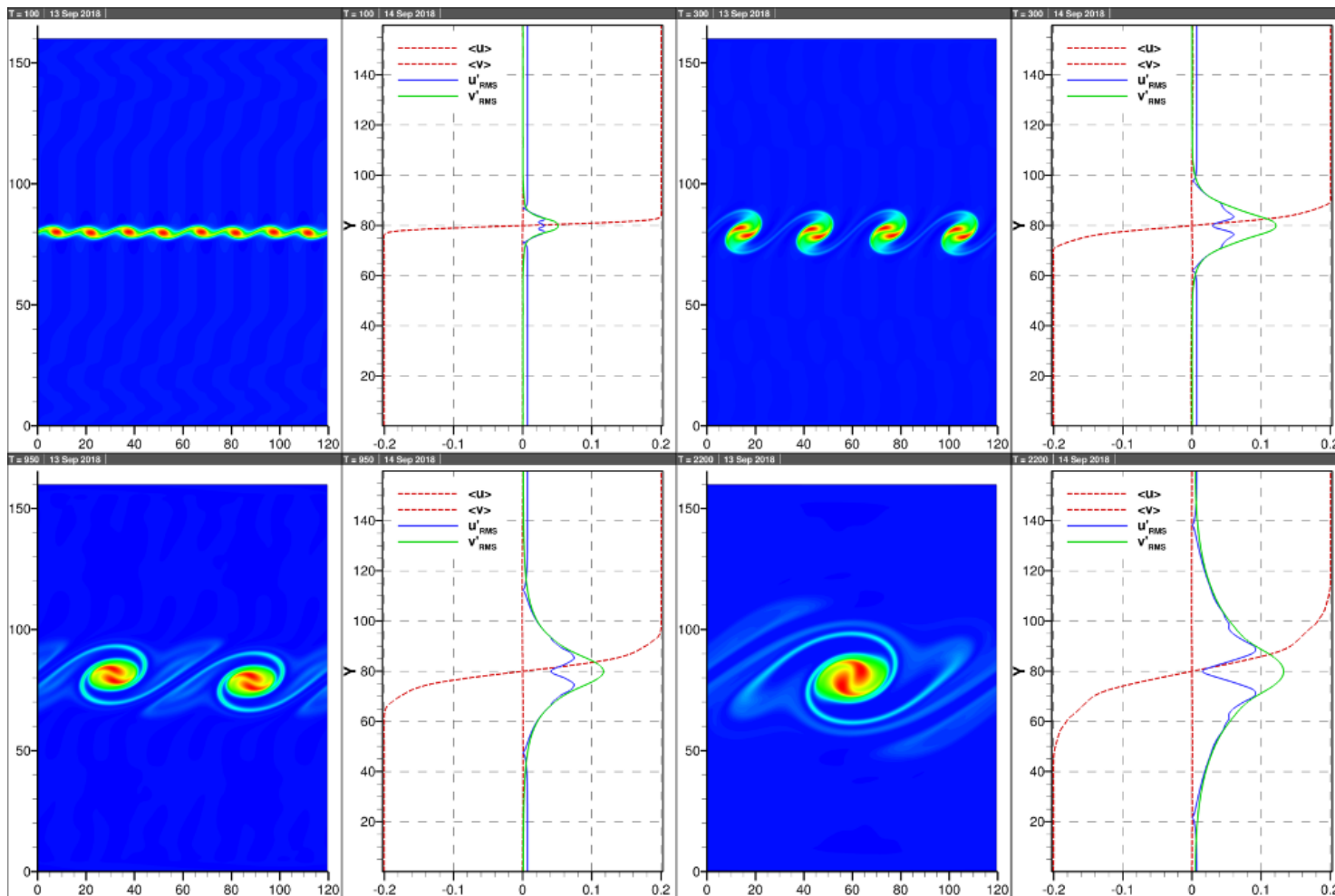


"Мгновенное" поле температуры. $M_j = 4.5$, $M_a = 1.5$, $Kn = \lambda_a/h = 0.0058$

Код SMILE-GPU (*CUDA + OpenMP + MPI*), 2 млрд. частиц, расчет на 12 ГПУ

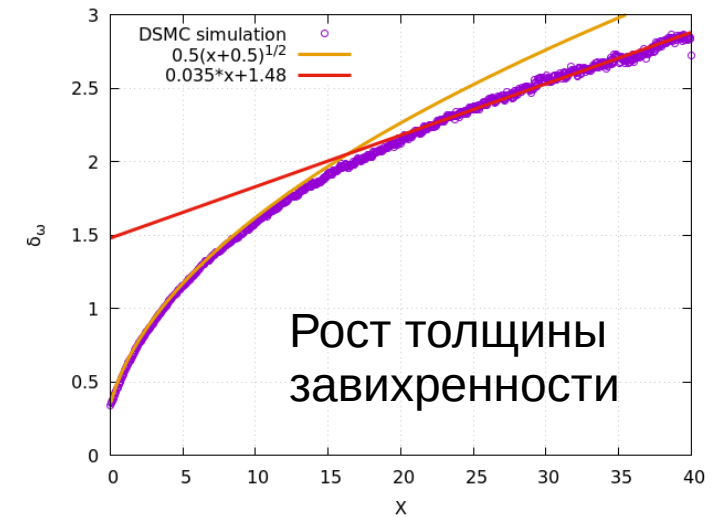
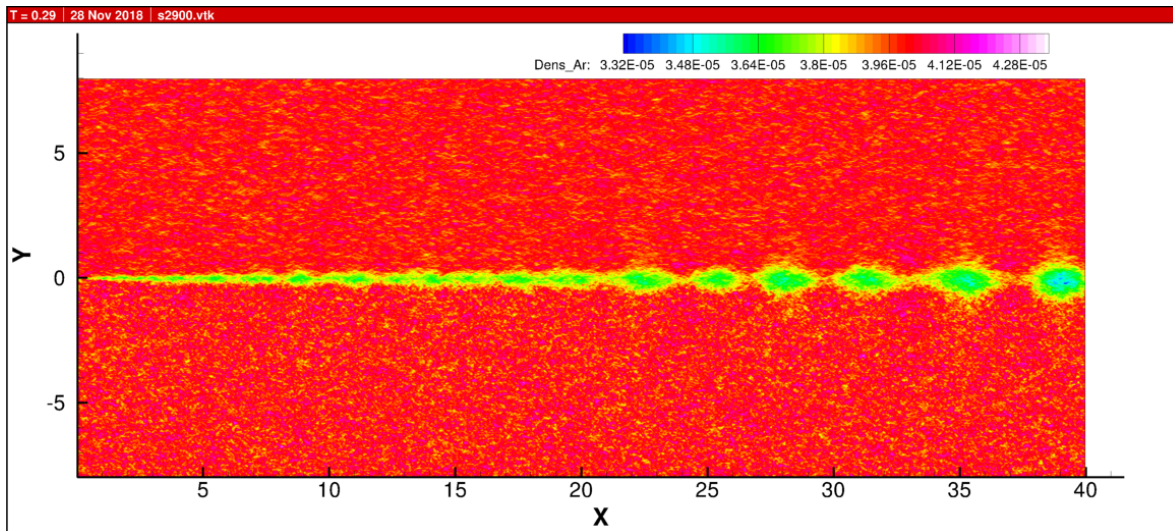
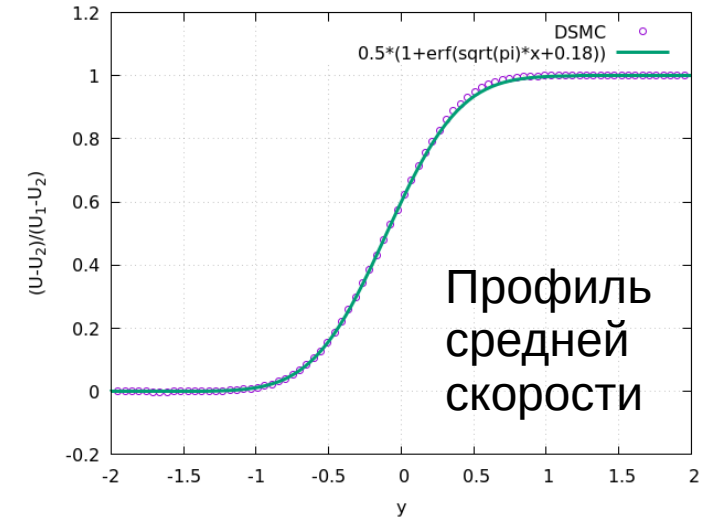
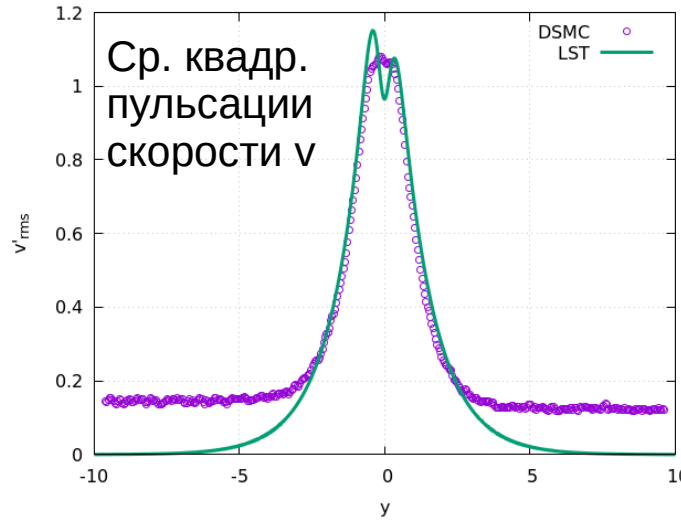


Развитие слоя смешения при $M_c = 0.2$

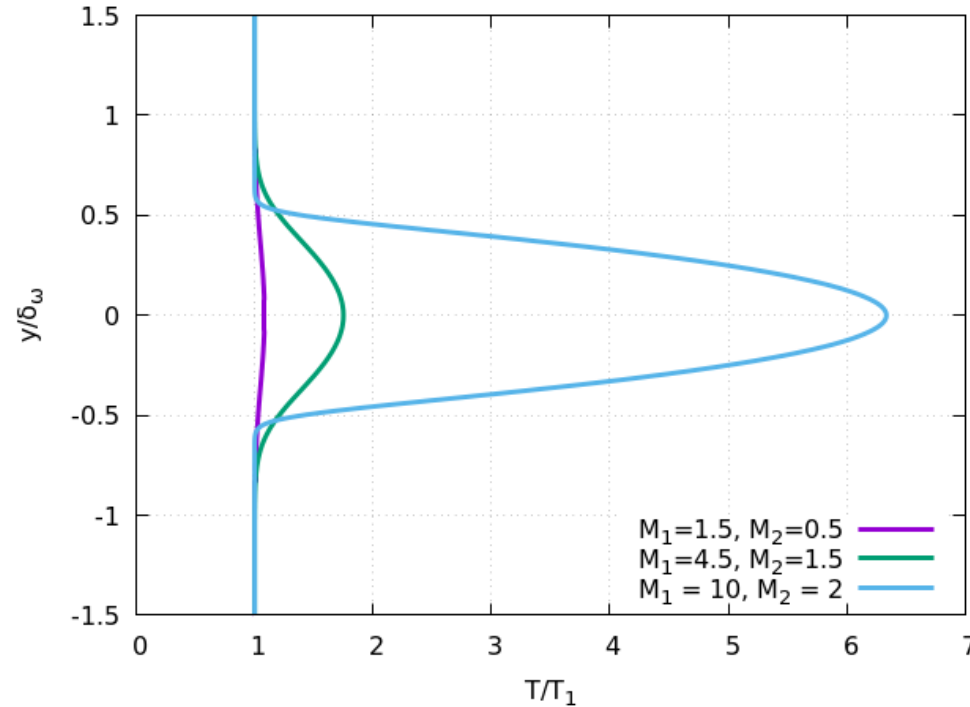
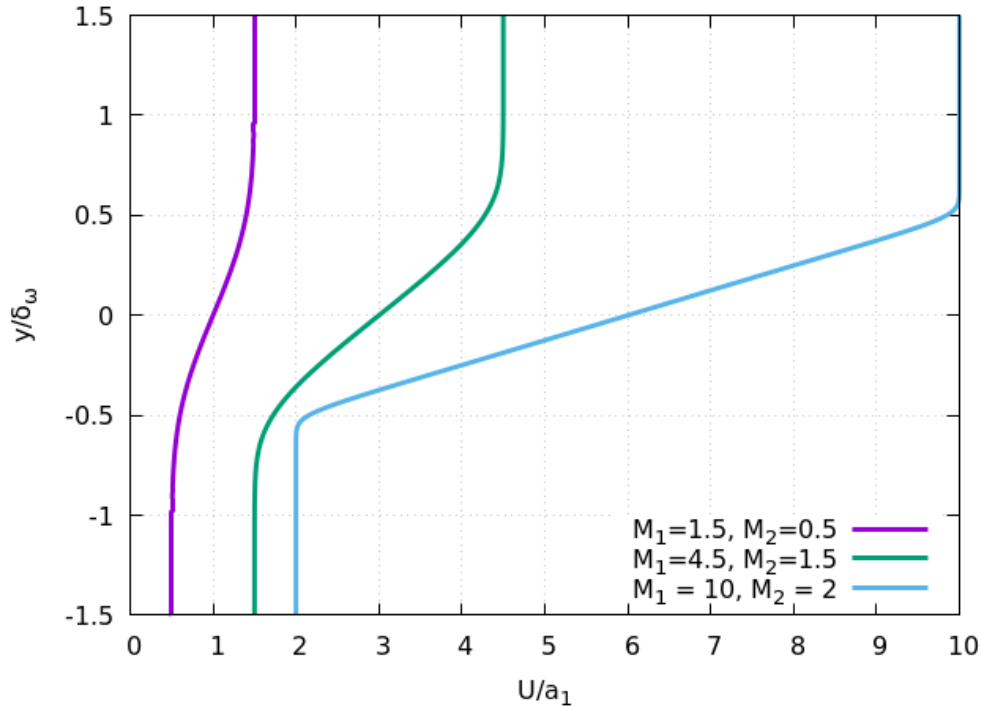


Прямое статистическое моделирование слоя смешения

$M_1 = 2.5, M_2 = 1.5,$
 $Kn = 0.0022 = \lambda_1 / \delta_{\omega 0}$
 Код SMILE++, 192 млн.
 частиц, расчет на 52 ядрах



Слой смешения, среднее течение



Конвективное
число Маха:

$$M_c = \frac{U_1 - U_2}{a_1 + a_2}$$

$$U = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh \frac{\eta}{\delta_\omega},$$

$T = T(U)$ — из интеграла Крокко

$$y = \int_0^\eta \frac{T}{T_1} d\eta$$

η — переменная Дородницына

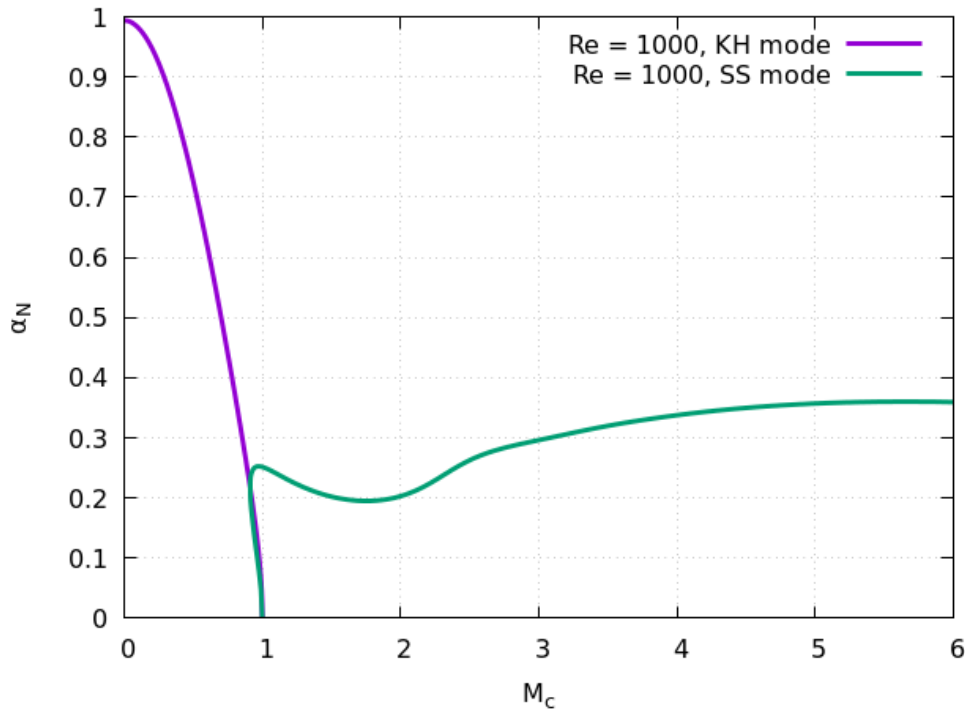
Линейная теория гидродинамической устойчивости

- Линеаризация уравнений Навье-Стокса + предположение о плоскопараллельности → система уравнений Лиза-Линя (*Lees & Lin, 1946*), в невязком приближении сводится к одному уравнению 2-го для возмущения давления.

$$\phi'(x, y, z, t) = \tilde{\phi}(y) \exp(i[\alpha x + \beta z - \omega t]), \quad \chi = \tan^{-1}(\beta / \alpha)$$

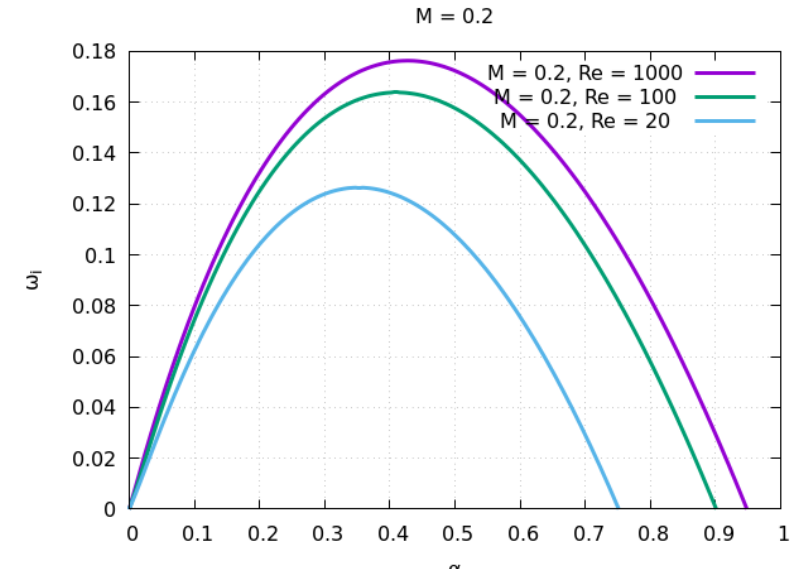
- Задача гидродинамической устойчивости — задача на собственные значения (СЗ) для системы линейных ОДУ с переменными коэффициентами.
- Ее решение позволяет определить критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$, область неустойчивых волновых чисел, фазовые скорости возмущений и их коэффициенты роста, найти, какое возмущение растет быстрее всего.
- Слой смешения — очень неустойчивое течение, он неустойчив (в отличие от пограничного слоя) уже в невязком приближении, коэффициенты роста возмущений обычно много выше, чем в пограничном слое, как правило $Re_{кр} = 0$.

Линейная неустойчивость слоя смешения

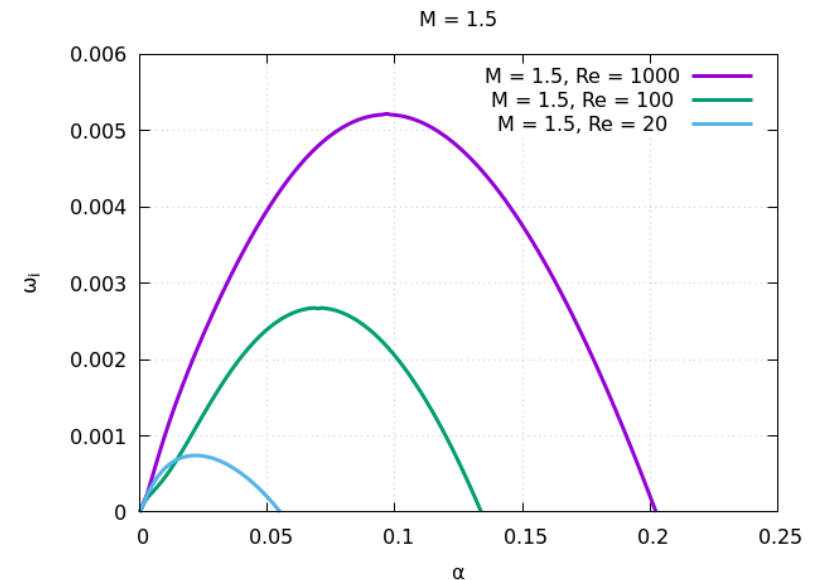


Кривые нейтральной устойчивости при $Re = 1000$, $\kappa = T_2/T_1 = 1$, $\chi = 0^\circ$.

Коэффициенты роста при $M_c = 0.2$, $\kappa = 1$, $\chi = 0^\circ$.

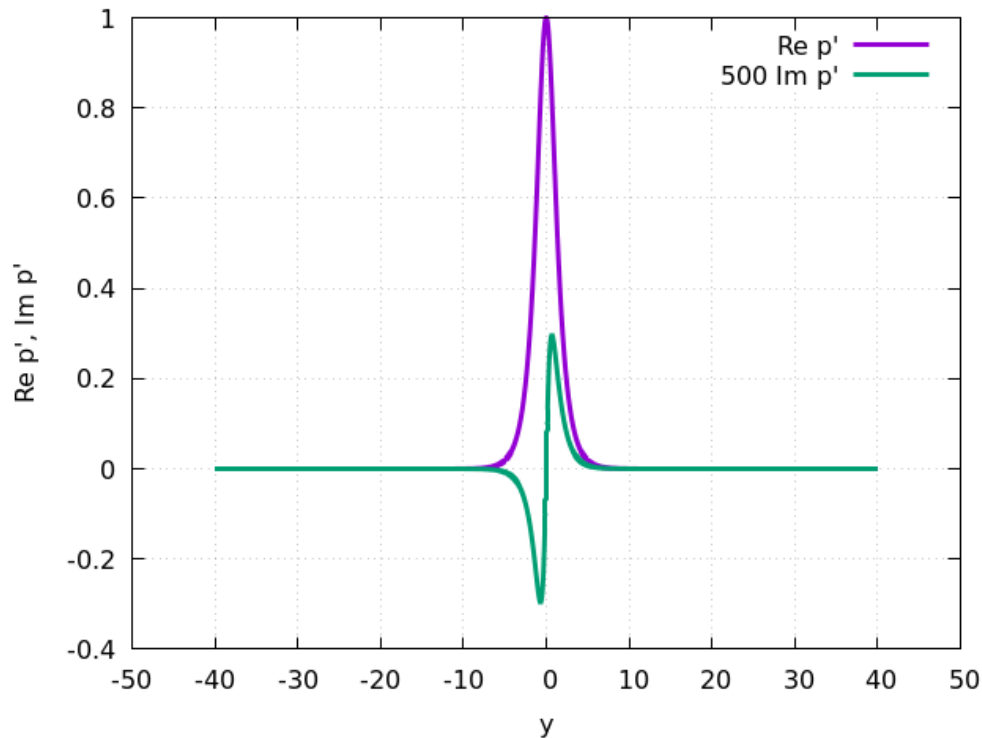


Коэффициенты роста при $M_c = 1.5$, $\kappa = 1$, $\chi = 0^\circ$.

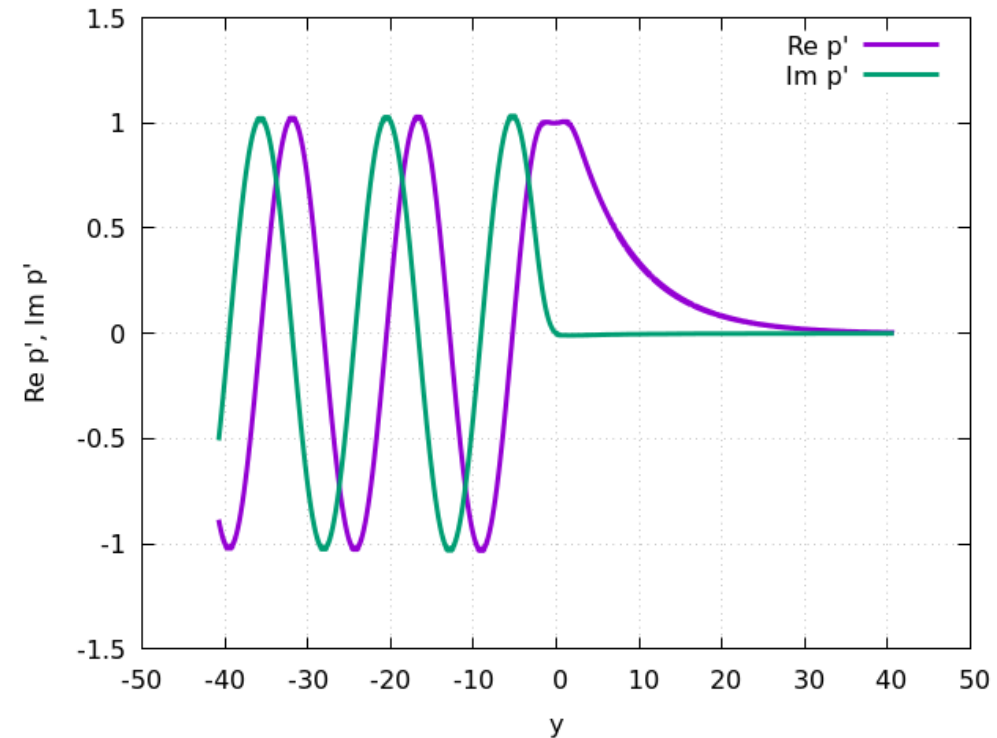


Собственные функции различных мод неустойчивости

$M_c = 0.2$

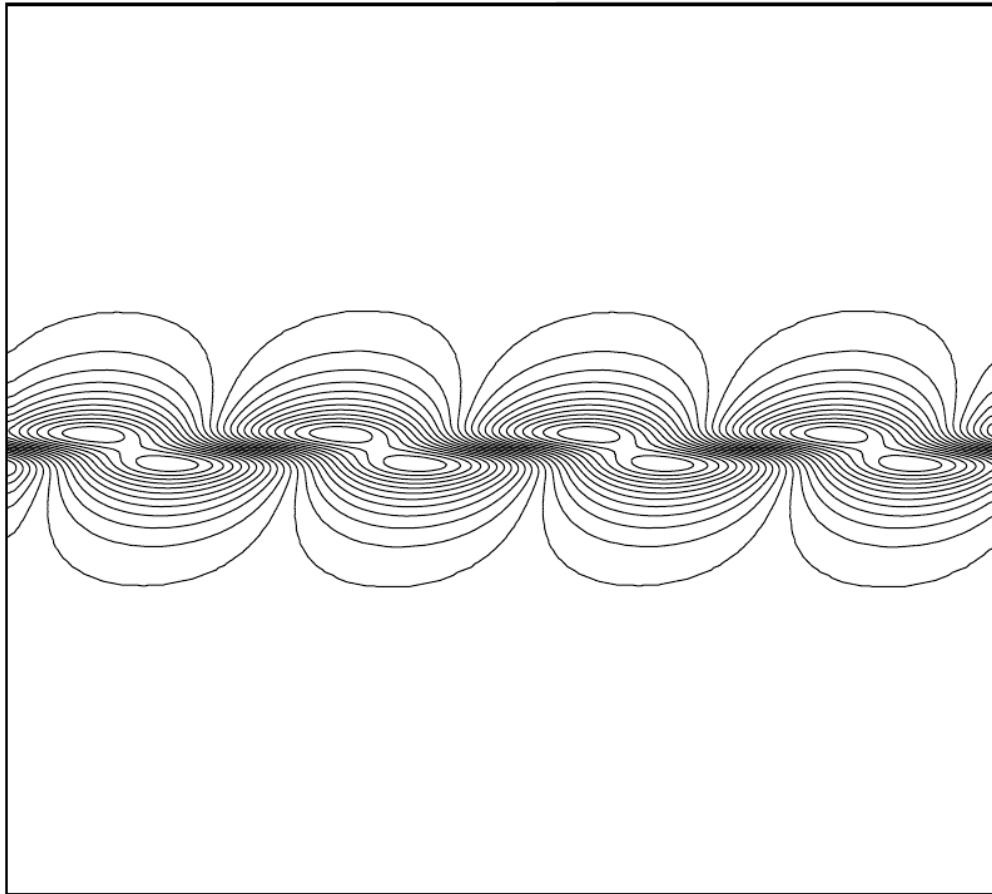


$M_c = 1.5$

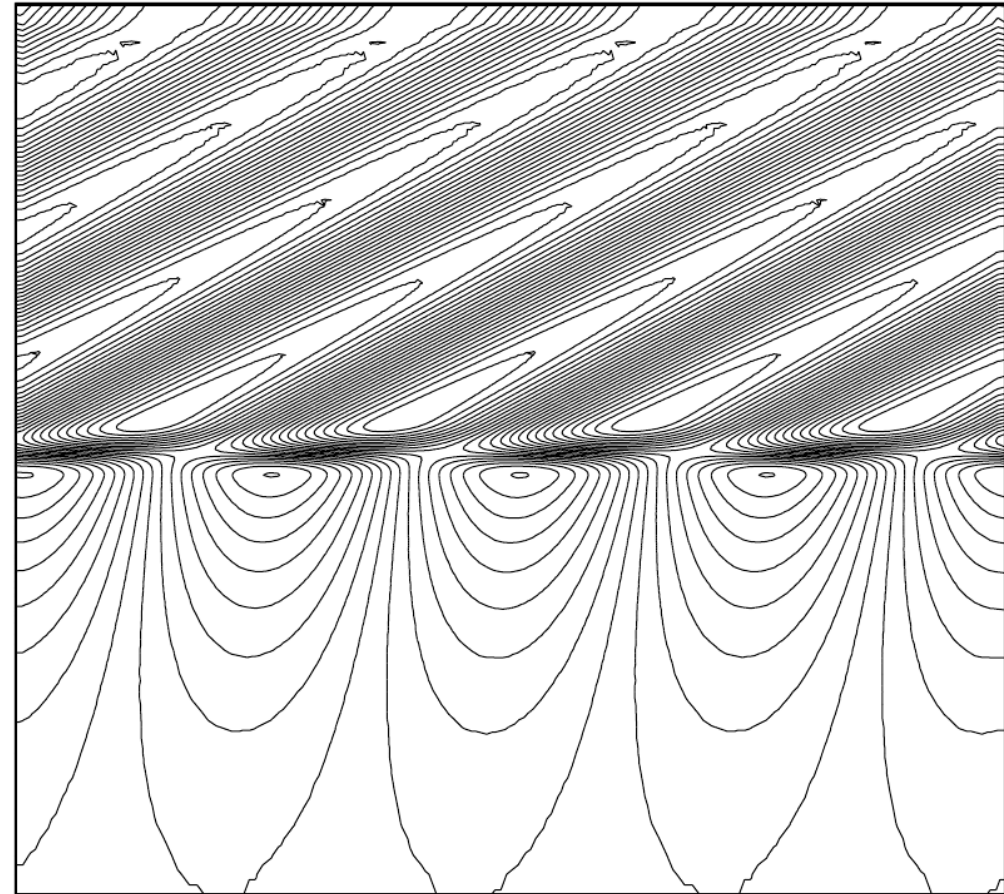


СФ возмущений давления. Нейтральные возмущения, $\text{Re} = 1000$, $\kappa = T_2/T_1 = 1$, $\chi = 0^\circ$

Собственные функции нормальной скорости

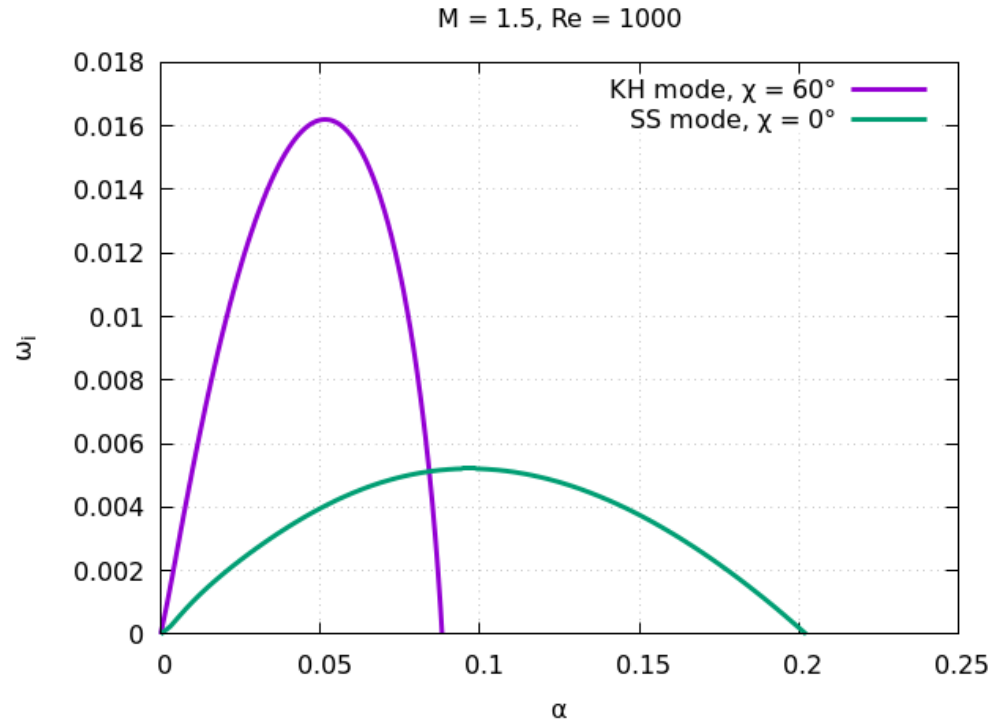


Мода Кльвина-Гельмгольца, $M_c = 0.5$

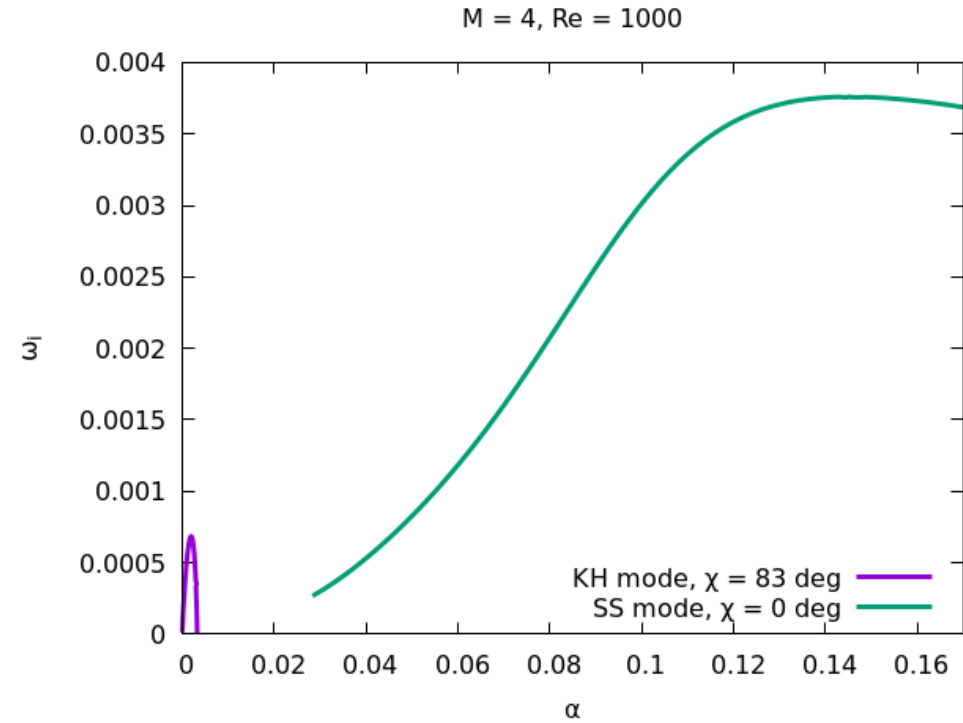


Медленная сверхзвуковая мода, $M_c = 1.5$

Коэффициенты роста трехмерных возмущений

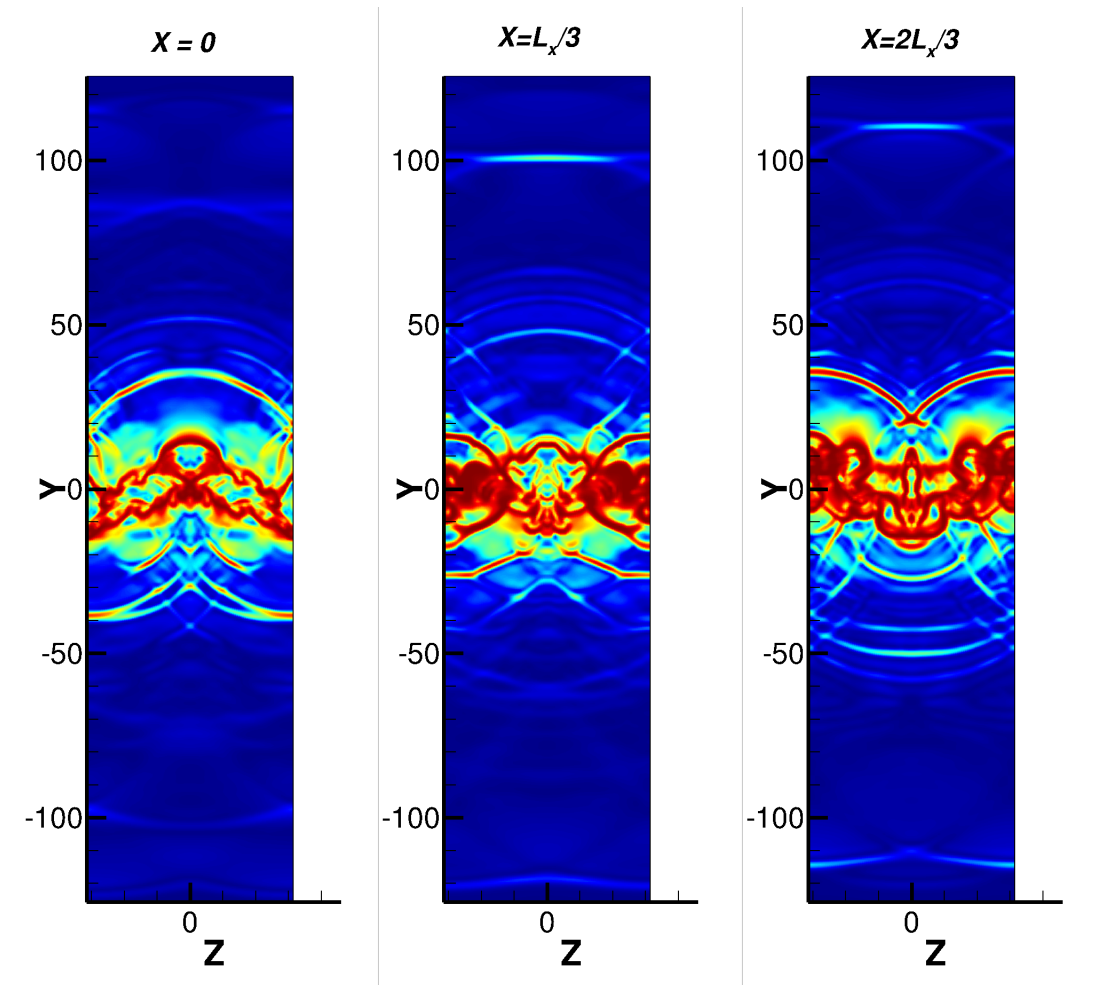
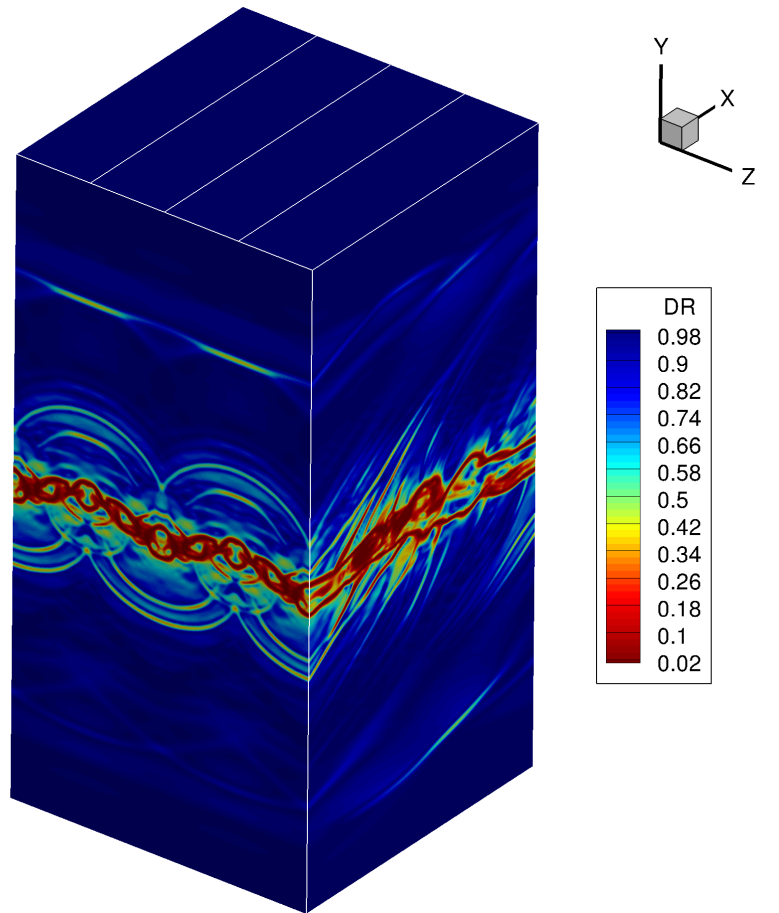


Mc = 1.5, Re = 1000, $\kappa = 1$



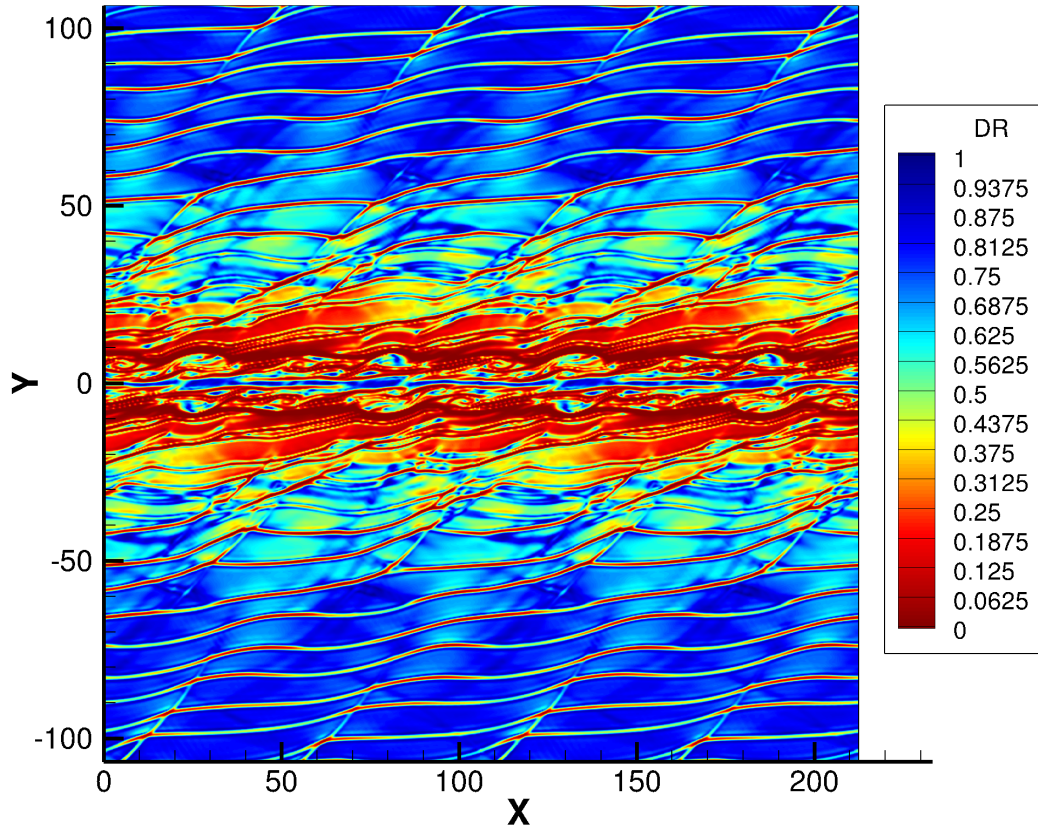
Mc = 4, Re = 1000, $\kappa = 1$

Нелинейное развитие трехмерных возмущений, $M_c = 1.5$

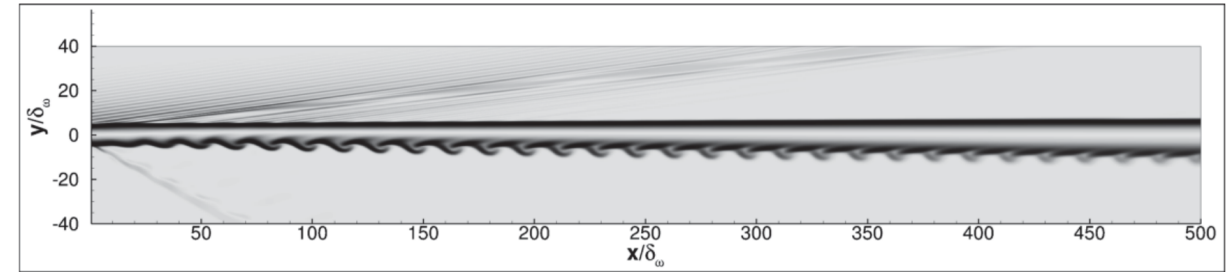


Поля градиента плотности. Возбуждение трехмерными возмущениями Кельвина-Гельмгольца и двумерными сверхзвуковыми возмущениями.

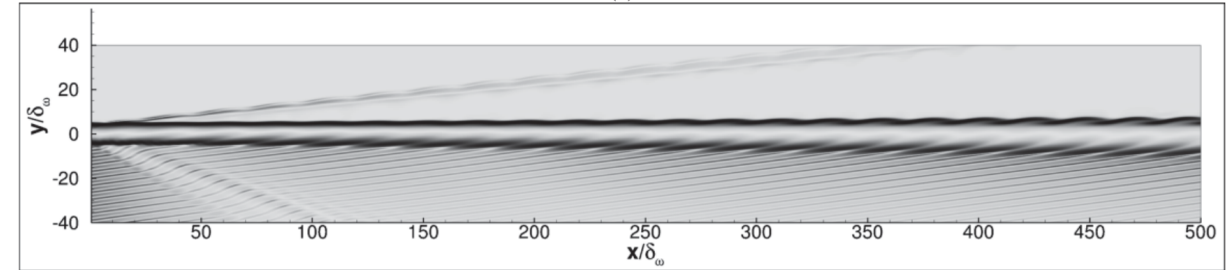
Нелинейное развитие двумерных возмущений при $M_c = 4$



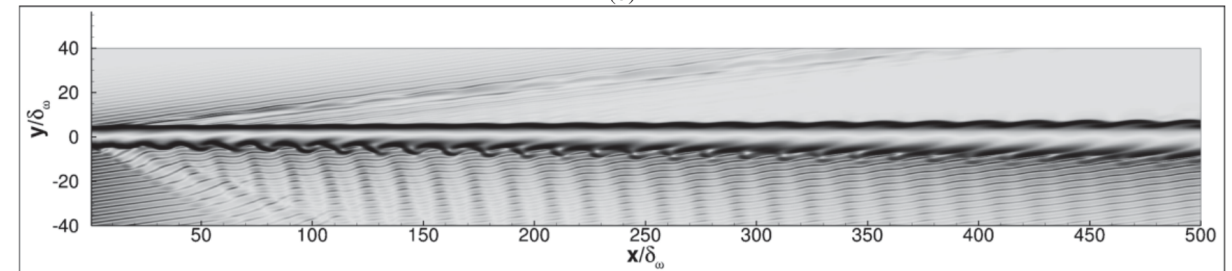
Развитие возмущений во времени,
основная гармоника + субгармоника



(a)



(b)

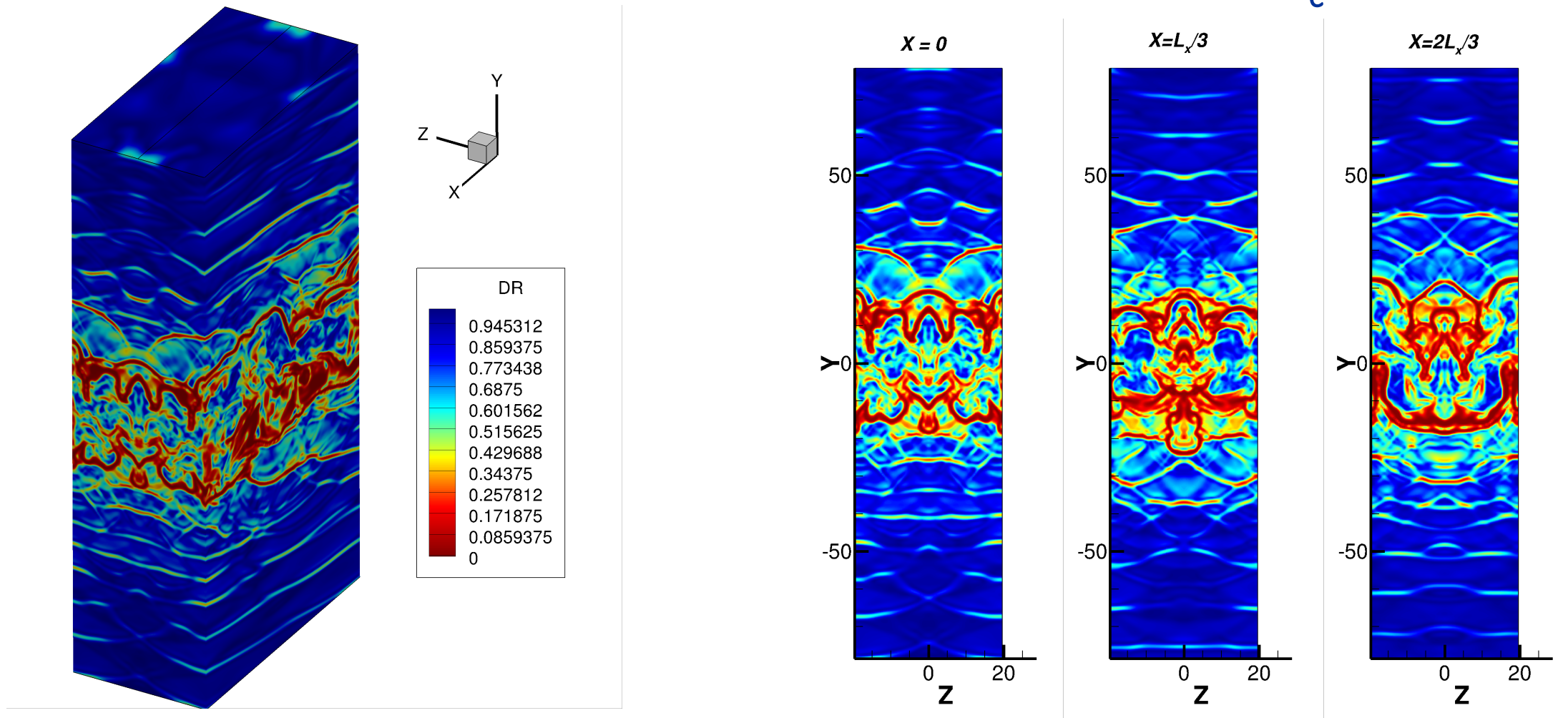


(c)

Пространственной развитие медленной, быстрой
мод, их суперпозиции. $M_1 = 10$, $M_2 = 2$.



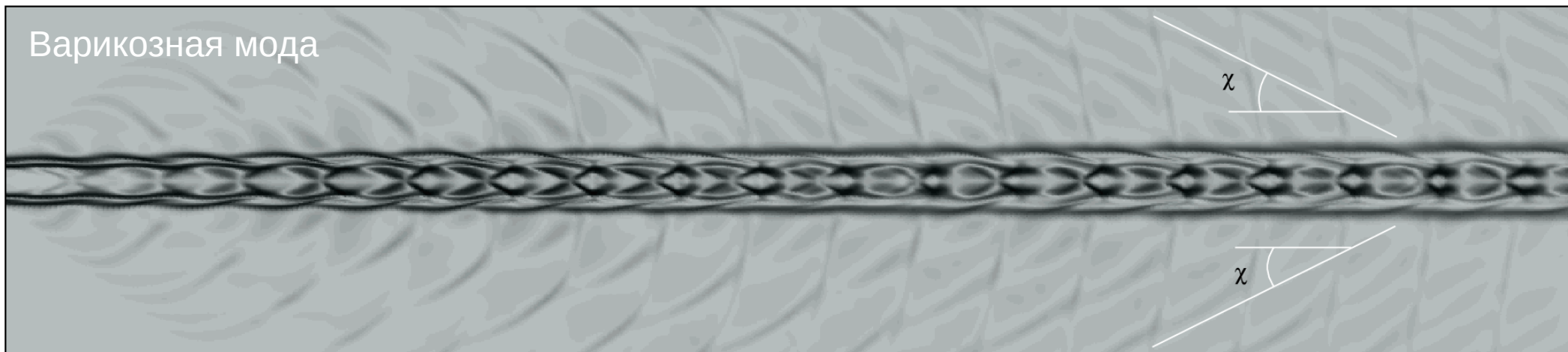
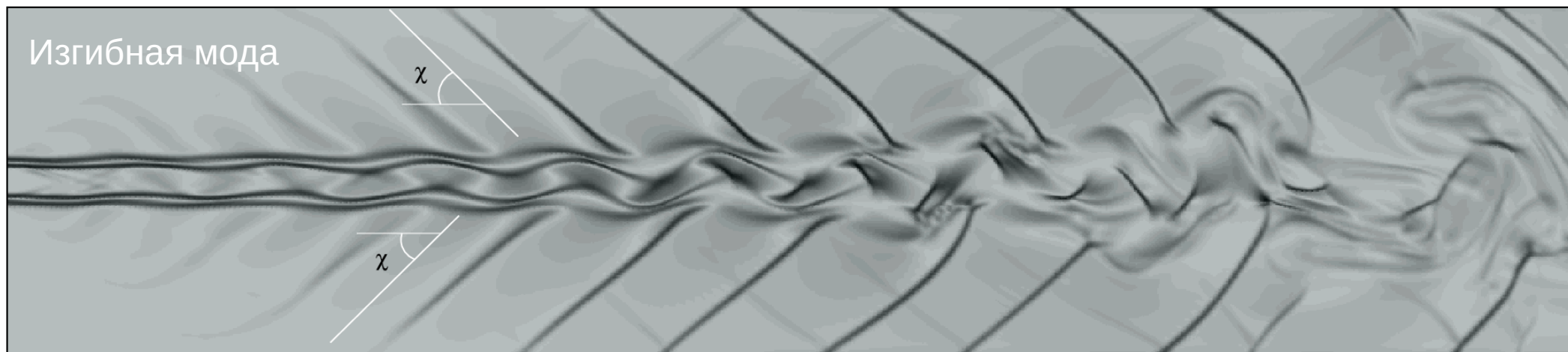
Нелинейное развитие трехмерных возмущений, $M_c = 4$



Поля градиента плотности. Возбуждение двумерными и трехмерными сверхзвуковыми возмущениями.



Излучения маховских волн в струях, $M_j = 4.5$, $M_a = 1.5$



Выводы

- Линейная теория предсказывает существование в слое смешения при $M_c > 1$ двух неустойчивых мод, распространяющихся со сверхзвуковой скоростью относительно верхнего или нижнего потоков. Возмущения каждой из этих мод излучаются в соответствующий свободный поток в виде наклонных волн.
- Данный механизм объясняет излучение высокочастотных маховских волн, являющихся одним из основных источников шума сверхзвуковых струй.
- Численное моделирование нелинейного развития возмущений подтверждает интенсивное излучение маховских волн слоями смешения при сверхзвуковых конвективных числах Маха.
- Конкретная картина течения, формирующегося в сверхзвуковых слоях смешения на нелинейной стадии существенно зависит от значения M_c и, по-видимому, связана с доминирующей модой неустойчивости (трехмерные волны Кельвина-Гельмгольца или близкие к двумерным сверхзвуковые возмущения).

Благодарности

- Мы благодарны ***А.В. Кашковскому*** и ***А.А. Шершневу*** (ИТПМ СО РАН) за предоставленные результаты некоторых их расчетов.
- Эта работа была поддержана грантом **Российского научного фонда** (проект **18-11-00246-П**).

Спасибо за внимание!