



Динамическая анизотропная адаптация подвижной неструктурированной сетки к поверхности движущегося обтекаемого тела

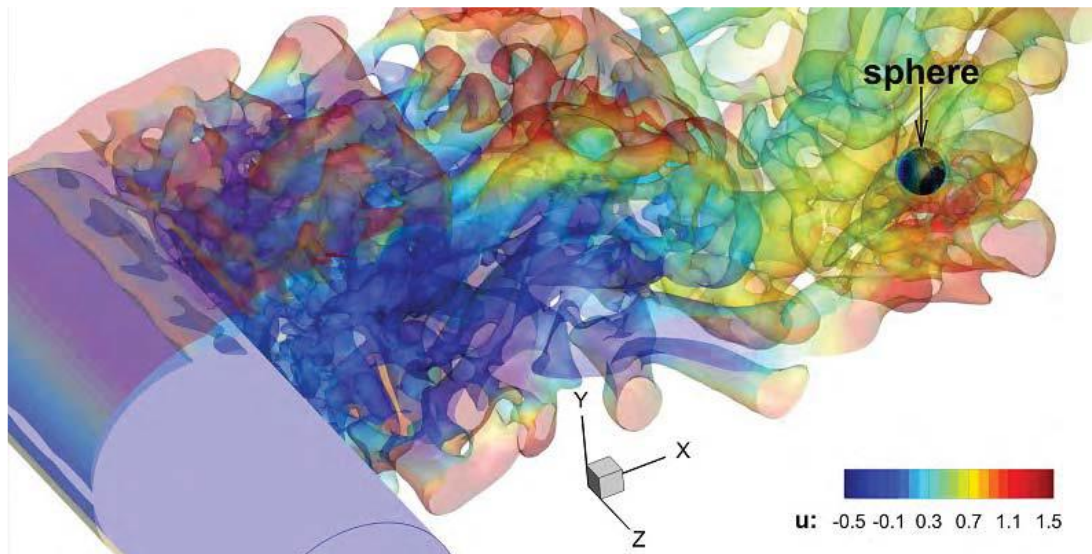
Л.Н. Кудрявцева^{1,2}, В.О. Цветкова¹

¹ ИПМ РАН, Москва

² ФИЦ ИУ РАН, Москва

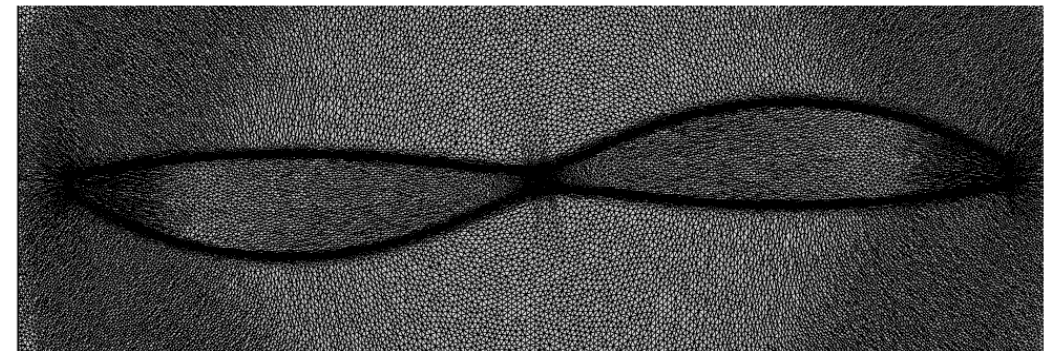
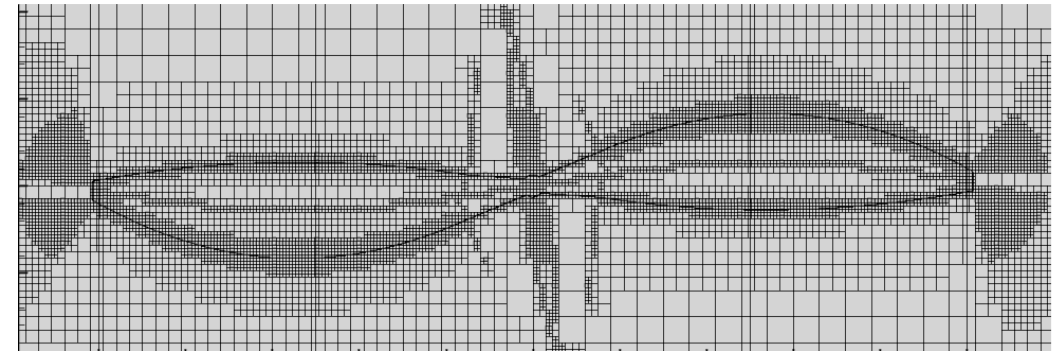
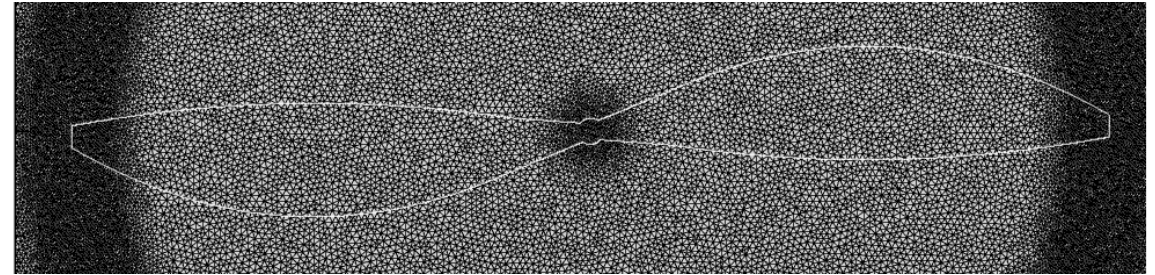
Мотивация

- Движущиеся объекты
- Произвольное движение
- Тело может быть сложной формы, иметь острые кромки и участки высокой кривизны
- Несколько движущихся объектов



Общий концепт используемого подхода

- Односвязная расчетная область
- Положение тела определяется функцией расстояния со знаком, заданной на адаптивной интерполяционной решетке
- Метод погруженных границ (Immersed boundary method, IBM) – метод пенализации Бринкмана
- Форма тела приближена за счет использования адаптации r типа (вершины сетки перераспределяются, а топология постоянна)
- Адаптация сетки анизотропна, где это необходимо



Методика адаптации

Нужно найти отображение $x^n(\xi)$ из начальной сетки в деформированную на момент времени t^n . Для этого решается задача минимизации функционала:

$$F(x(\xi, t), x^n(\xi)) = \int_{\Omega_\xi} w_l W(Q(x^n, t^{n+1}) \nabla_\xi x(\xi, t) H(\xi)^{-1}) \det H_\beta^l d\xi$$

Упругий потенциал W (смысл внутренней энергии) представлен взвешенной суммой мер искажения формы и объема:

$$W(C) = (1 - \theta) \frac{\left(\frac{1}{d} \operatorname{tr}(C^T C)\right)}{\det C^{2/d}} + \frac{1}{2} \theta \left(\frac{1}{\det C} + \det C\right)$$

Здесь C – Якобиан, $G_\xi(\xi, t) = H^T H$, $G_x(x, t) = Q^T Q$ – метрические тензоры в логическом и физическом пространствах Ω_ξ и Ω_x .

Для решения задачи оптимизации на момент времени t применяется метод градиентного спуска с предобуславливателем. Направление минимизации вычисляется приближенным решением линейной системы с Гессианом функционала. Шаг минимизации определяется одномерным поиском.

* Garanzha V., Kudryavtseva L. (2019) Hypoelastic Stabilization of Variational Algorithm for Construction of Moving Deforming Meshes. In: Evtushenko Y., Jaćimović M., Khachay M., Kochetov Y., Malkova V., Posypkin M. (eds) Optimization and Applications. OPTIMA 2018. Communications in Computer and Information Science, vol 974. Springer, Cham

Построение метрики

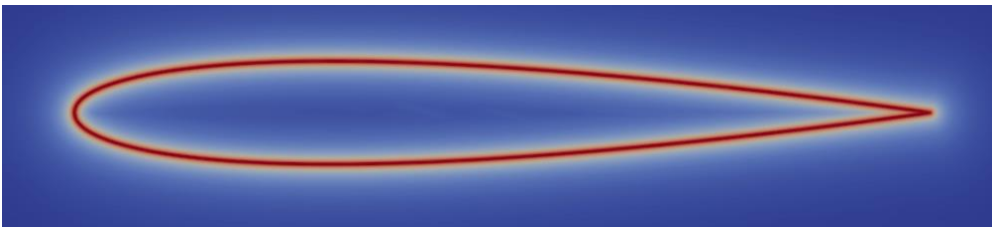
- Функция расстояния $u(x,t)$ задана на адаптивной интерполяционной решетке, определяет положение тела и является входным параметром для метрики
- Метрический тензор строится следующим образом:

$$G(x, t) = \sigma_1^2 I + (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \nabla_x u \nabla_x u^T \frac{1}{|\nabla_x u|^2}; \xrightarrow{\sigma_2 = \sigma_1} G(x, t) = \sigma_1^2 I$$

- В областях высокой кривизны и в районе углов $\sigma_2 = \sigma_1$ т.е. сетка изотропна, иначе $\sigma_2 = \sigma_1 / K$, K – параметр анизотропии.

$\sigma_1 = \sigma_{normal}(x, t)$ - сжатие в нормальном направлении

$\sigma_2 = \sigma_{tangential}(x, t)$ - сжатие в тангенциальном направлении



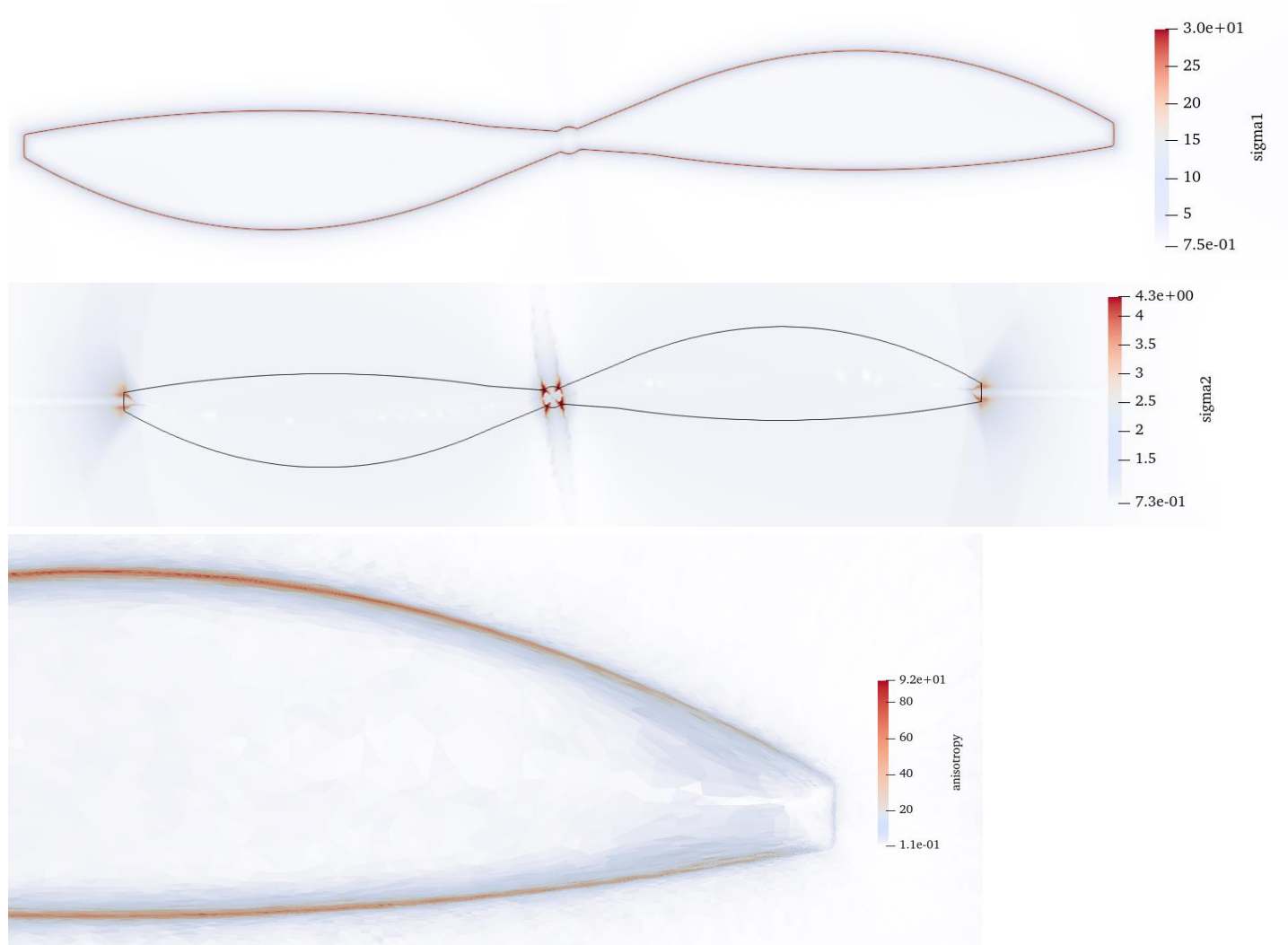
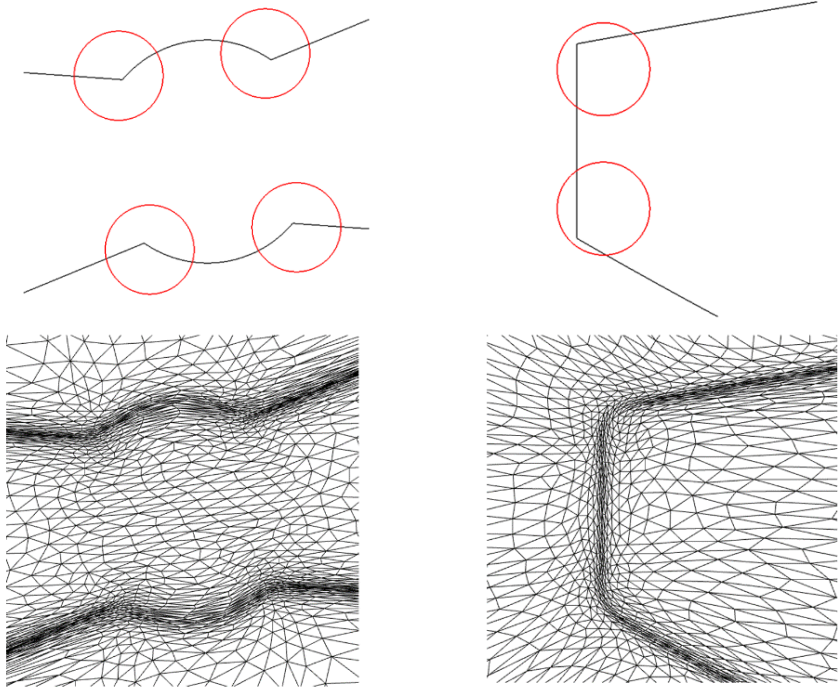
Распределение σ_1



Распределение σ_2

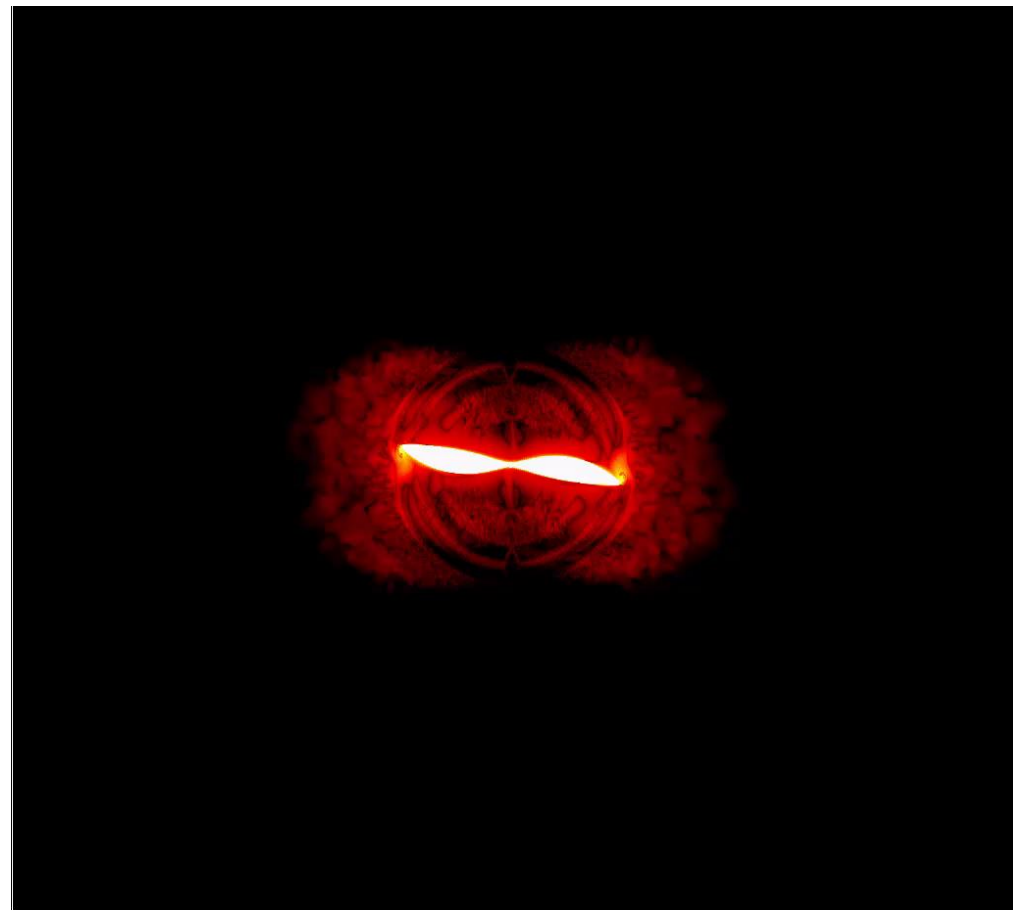
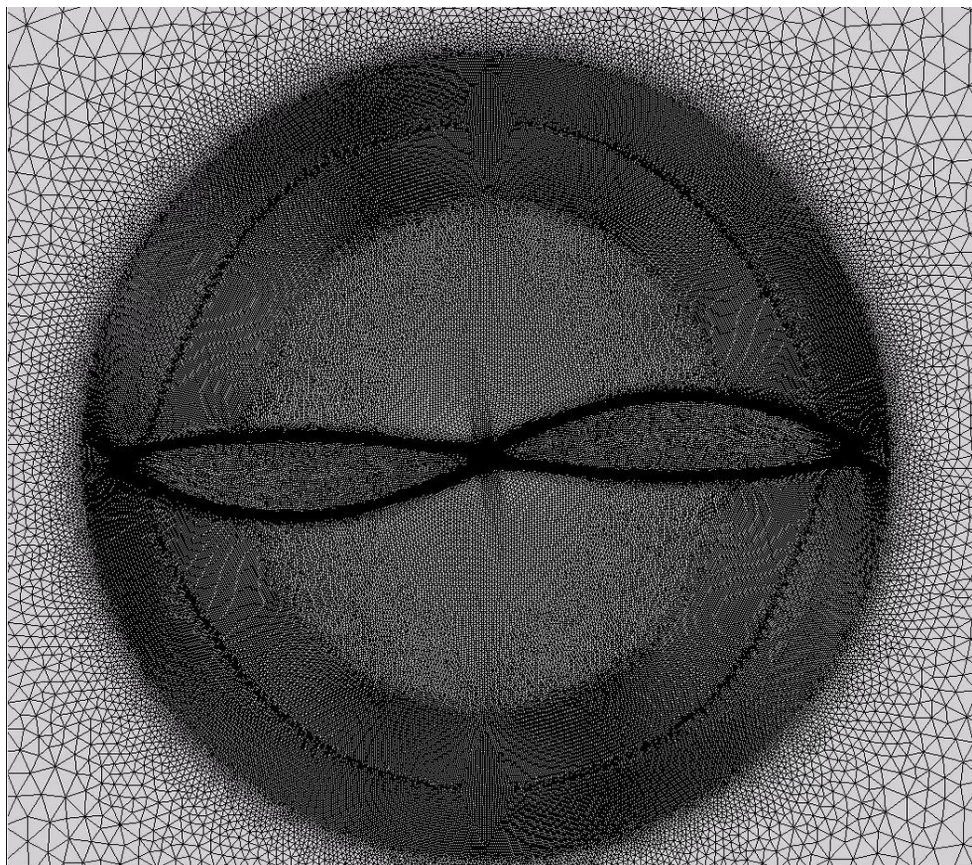


Подбор анизотропии





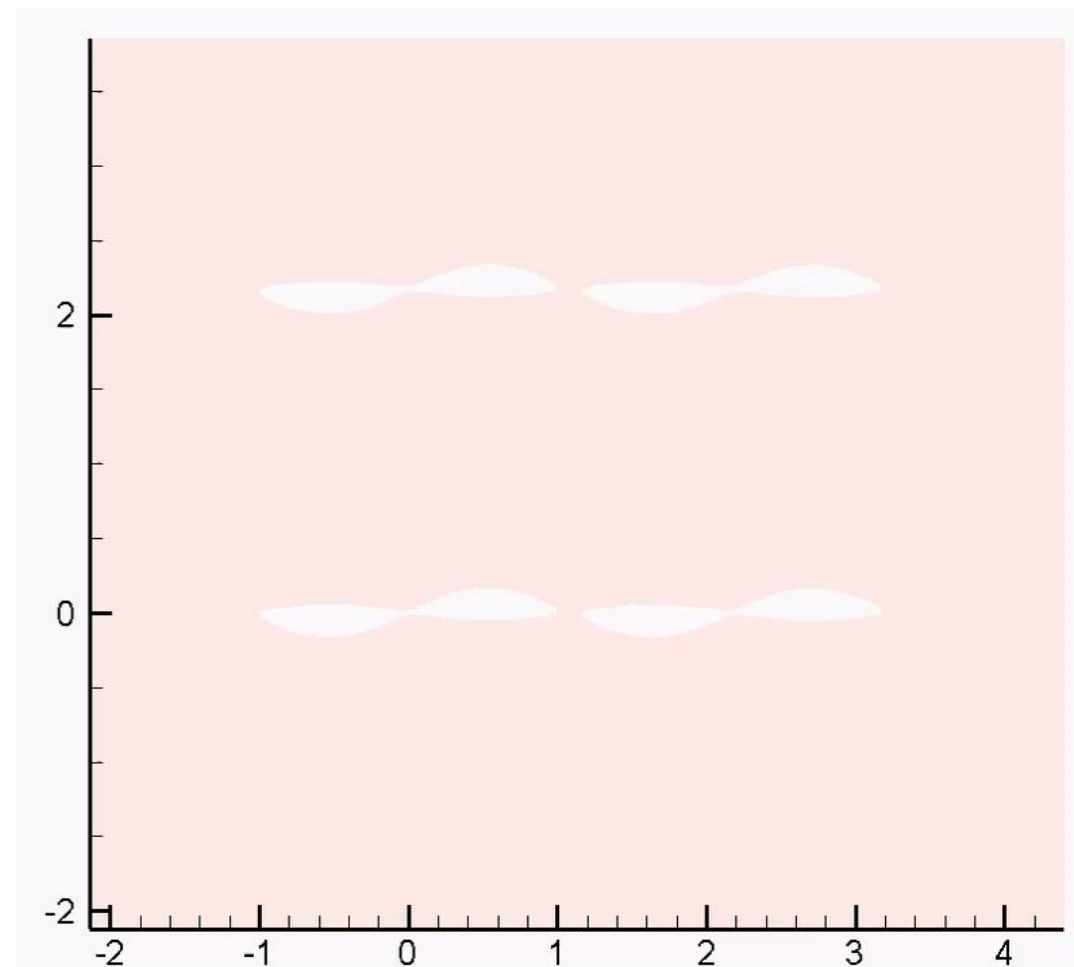
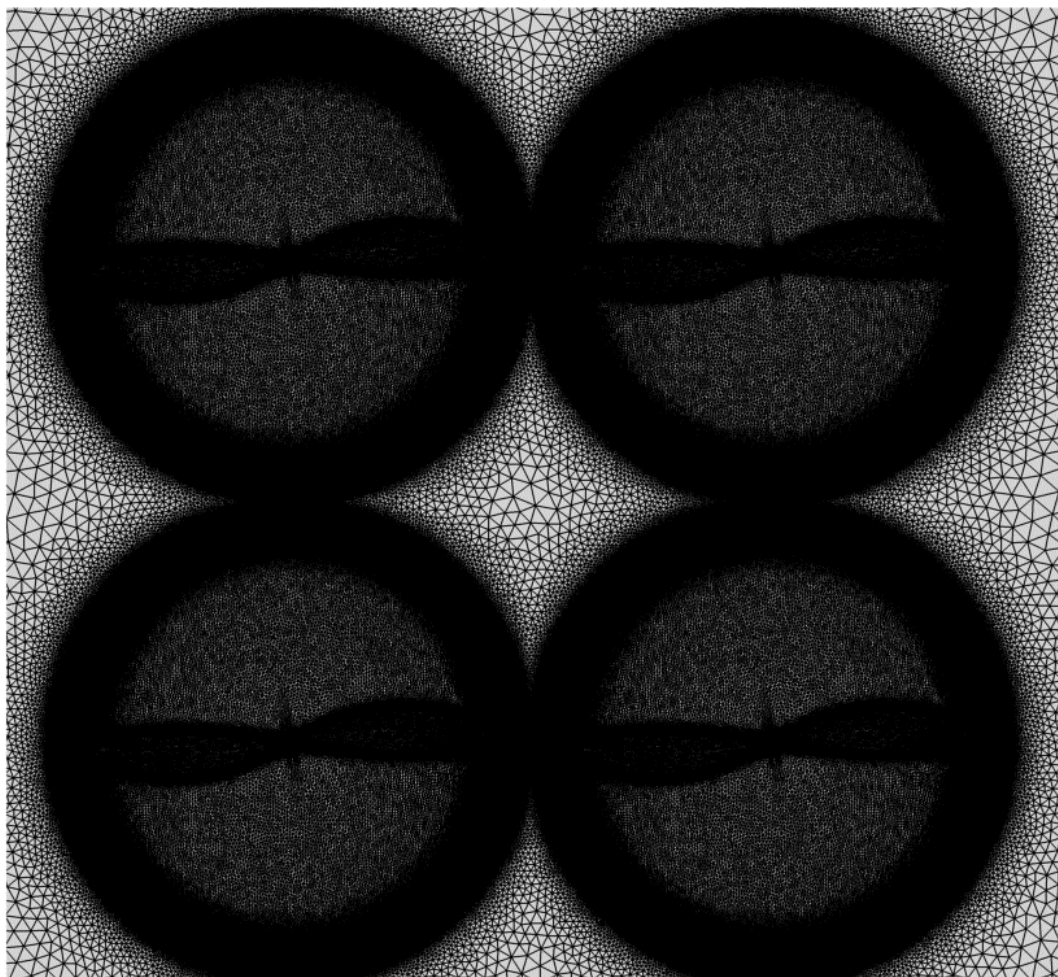
Результаты в 2D постановке



* Моделирование обтекания винта на адаптивной неструктурированной сетке с использованием метода погруженных, В.О. Цветкова, И.В. Абалакин, В.Г. Бобков, Н.С. Жданова, Т.К. Козубская, Л.Н. Кудрявцева Мат. Моделирование, 2021, том 33, номер 8, стр. 59-82



Результаты в 2D постановке



Проблемы адаптации к телам сложной формы

- Ручной подбор зон изотропии не всегда возможен
- В 3D в каждой точке есть два тангенциальных направления и решение об анизотропии должно приниматься для каждого направления в отдельности
- В 3D без «умного» распределения сеточных вершин невозможно добиться существенного сгущения

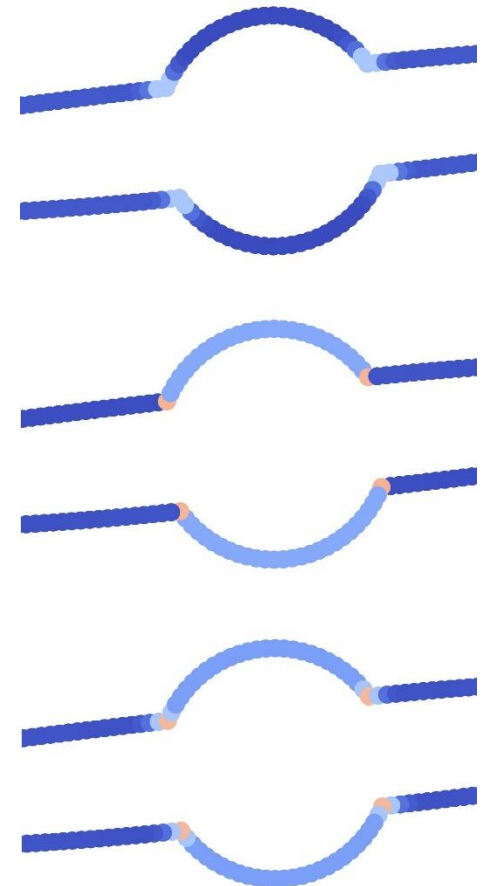
Расчет величины сжатия в тангенциальном направлении

Для каждой вершины вычисляется приближенное значение кривизны и расстояние до медиальной оси.

σ_2 на границе тела определяется радиусом кривизны.

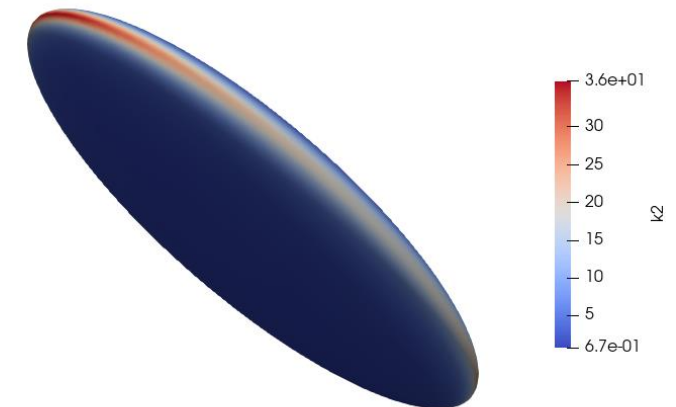
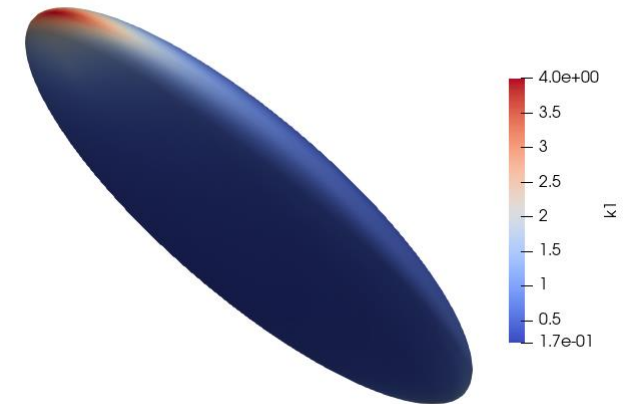
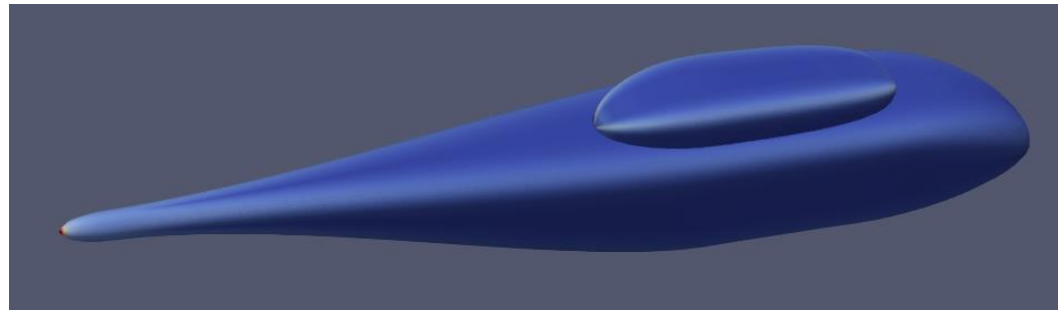
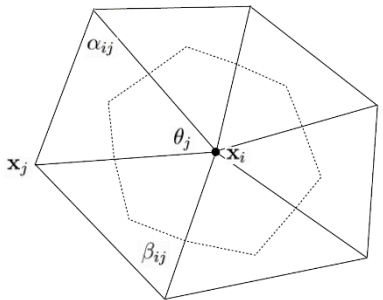
Если расстояние до медиальной оси меньше чем величина пограничного слоя в логическом пространстве, σ_2 на границе тела увеличивается, чтобы избежать разрыва сетки внутри тела.

На рис. показано собственное значение σ_2 на границе тела, определяемое медиальными осями, кривизной и комбинация этих значений.



Метод расчета кривизны

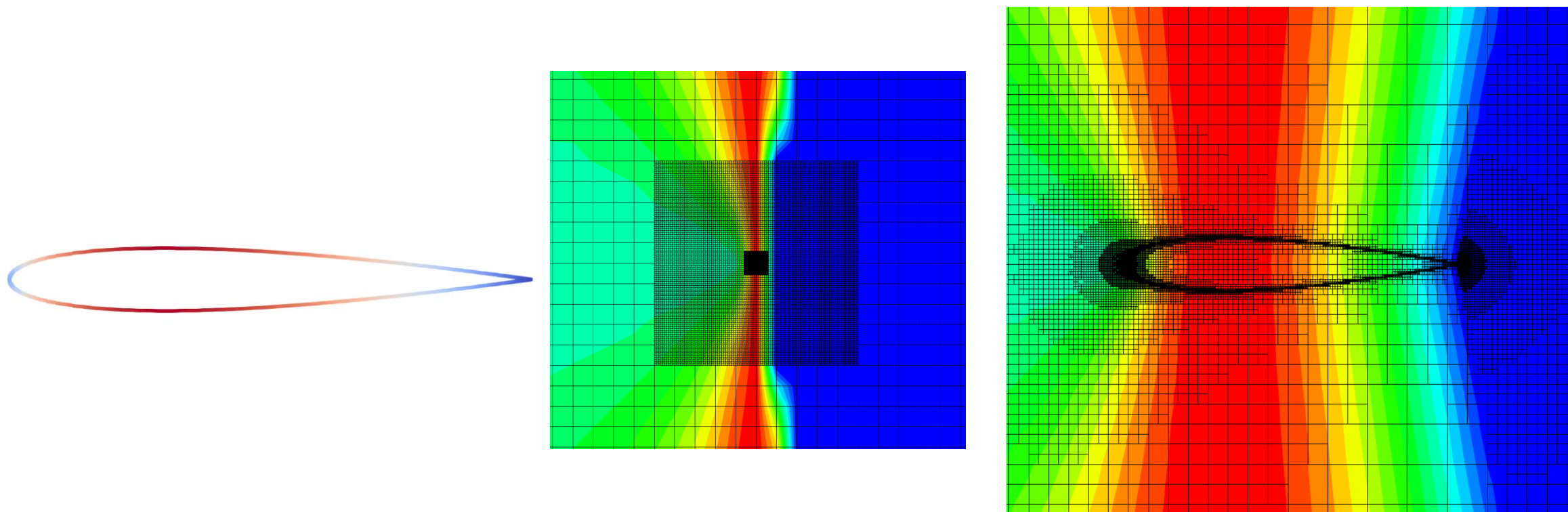
- Приближение кривизны по поверхностной триангуляции
- Для каждой вершины сетки строится приближение к соприкасающемуся параболоиду поверхности
- Элементы матрицы квадратичной формы находятся при помощи метода наименьших квадратов, используя данные вершин сетки 1-го или 2-го порядка соседства.*
- Для построения касательной системы координат в вершине сетки используется итерационный метод.
- Вычисляются главные направления и главные кривизны



* Garimella, Rao. (2003). Curvature Estimation for Unstructured Triangulations of Surfaces.

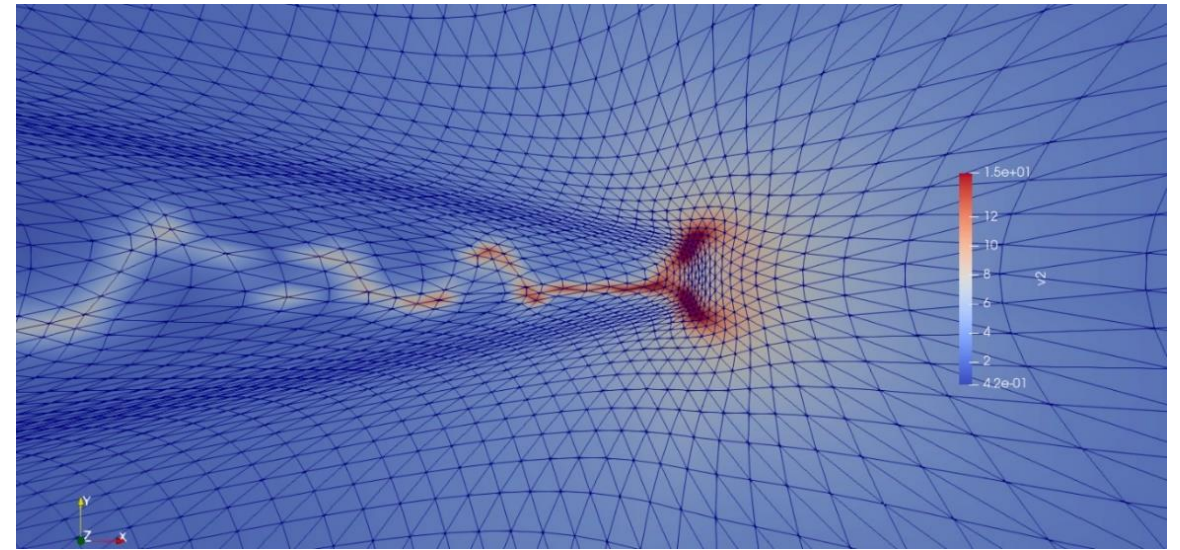
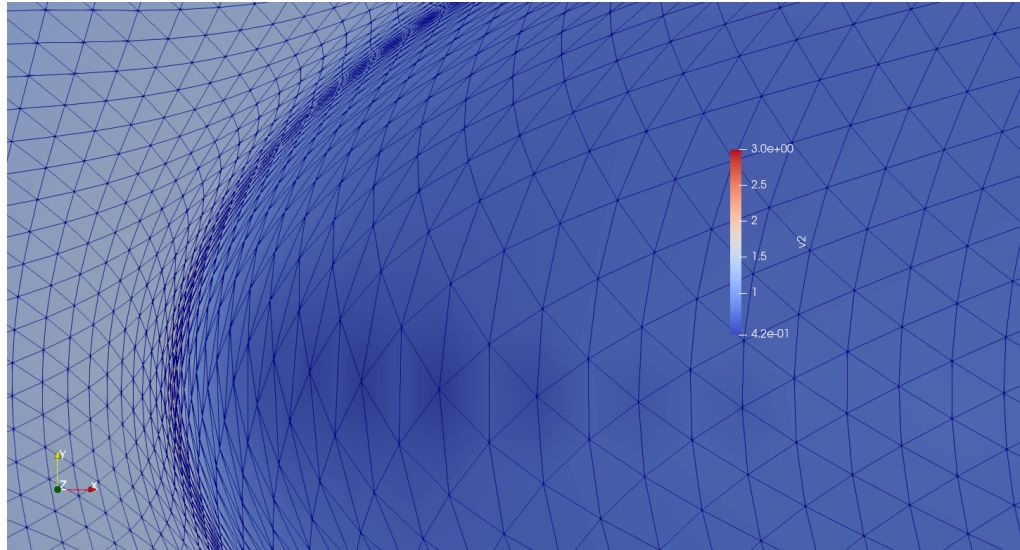


Запись на решетку

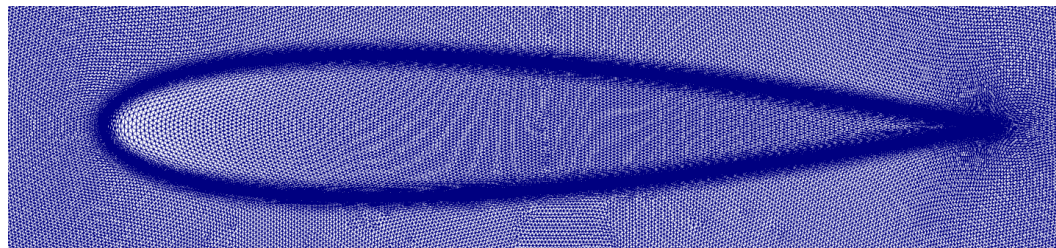


Каждой вершине фонового 8-дерева приписывается значение радиуса кривизны в ближайшей к данной вершине точке граничного контура.

Управляющие параметры с учетом кривизны



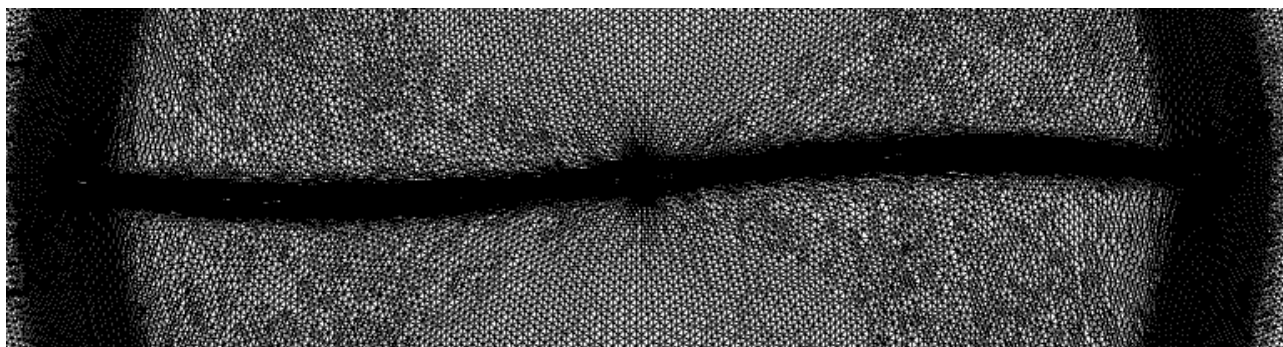
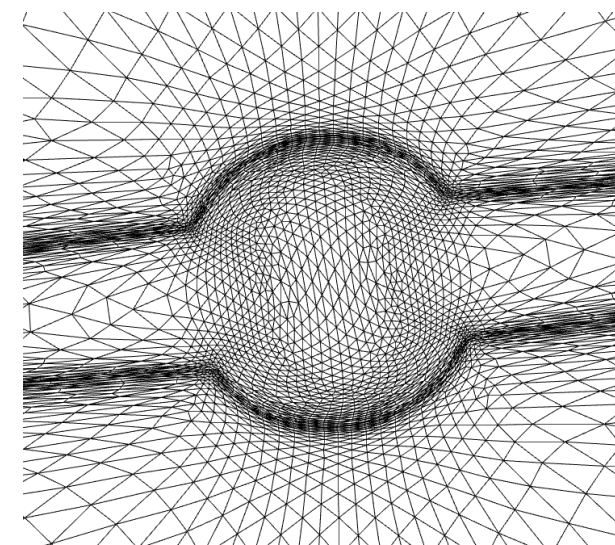
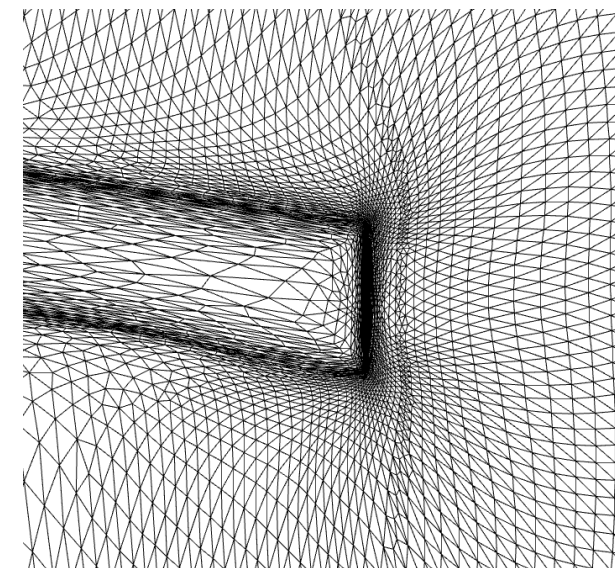
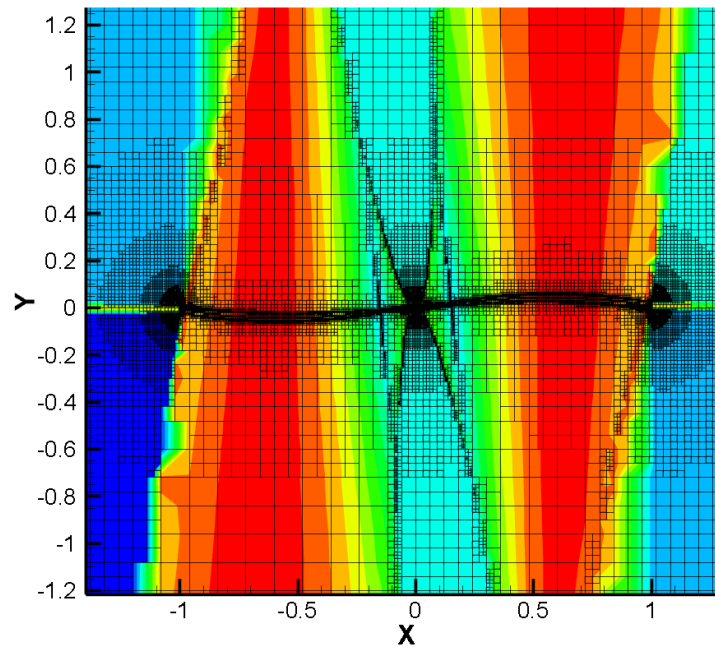
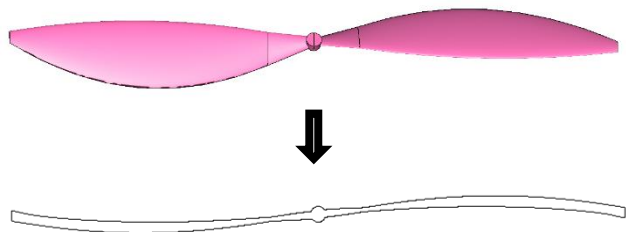
Распределение σ_2



Величина сжатия в тангенциальном направлении в вершинах δ -дерева увеличивается, если в процессе адаптации происходит «разрыв» сетки.

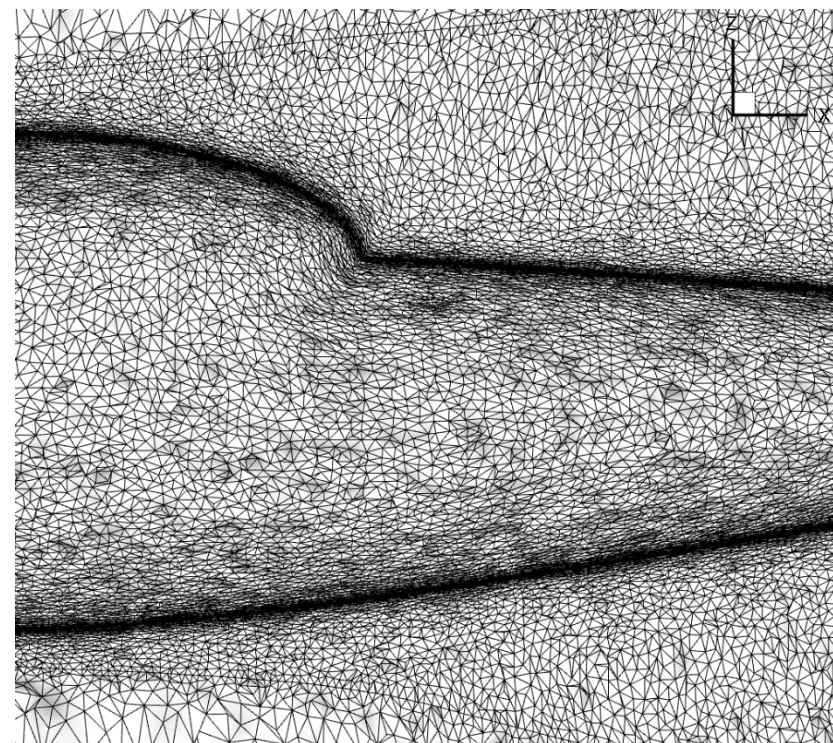
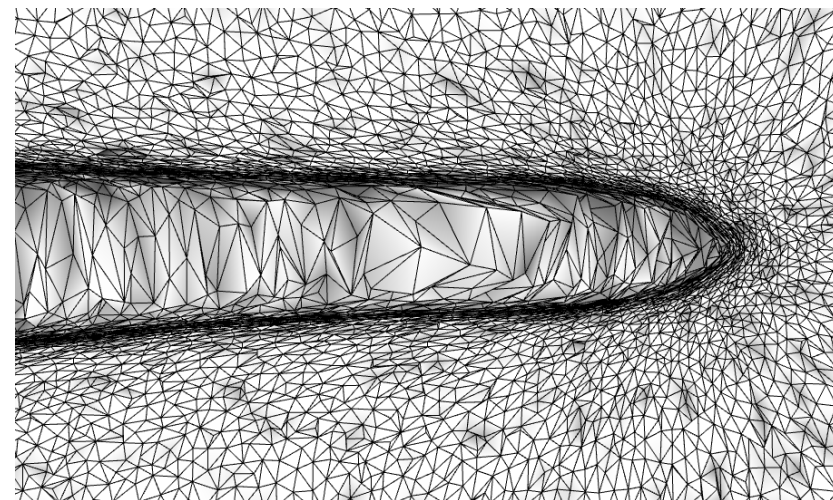
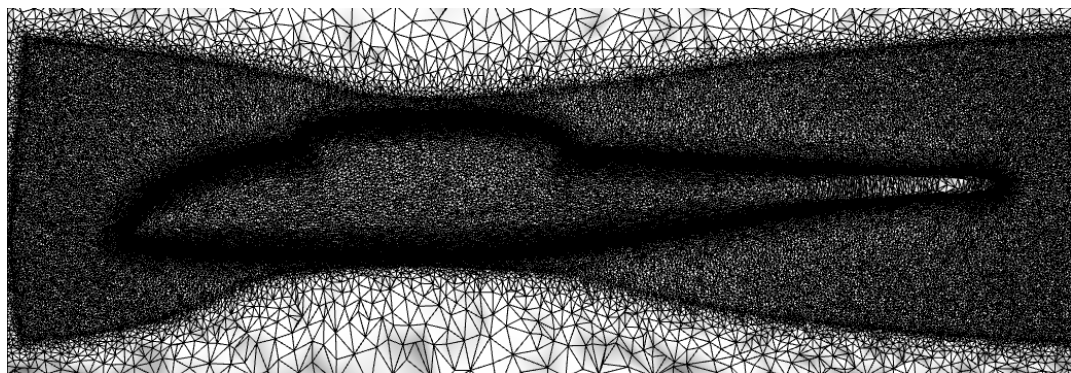
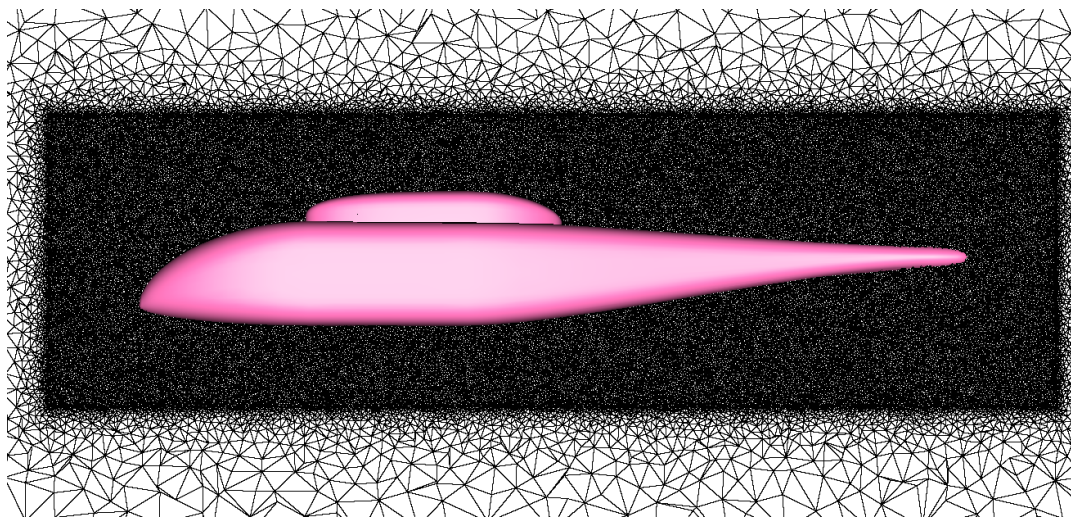


Пример применения для 2D геометрии





Адаптация для 3D геометрии



Заключение

- Была разработана методика учета особенностей геометрии при адаптации сетки
- Методика протестирована на различных двумерных объектах
- Методика реализована также для трехмерного случая, но требует большего тестирования

В планах

- Добиться существенного сгущения к форме фюзеляжа вертолета за счет «умного» распределение вершин вдоль поверхности
- Построить адаптивную сетку для винта дрона

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90052