

VII ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ
ЭКСПЕРИМЕНТ
В АЭРОАКУСТИКЕ



17-22 сентября 2018 года, г. Светлогорск Калининградской области

ЭВОЛЮЦИЯ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ШУМОВ. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ (ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ)

С.Н. Гурбатов, И.Ю. Демин, А.В. Тюрина



НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО
Национальный исследовательский университет



18 сентября 2018г.

В бегущей системе координат распространение плоской или расходящейся интенсивной акустической волны описывается обобщенным **уравнением Бюргерса**

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{nv}{2r} - \frac{\beta}{c^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{b}{2c^3 \rho} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}, (1)$$

где $v(r, t)$ - скорость волны, c - линейная скорость звука, ρ - невозмущенная плотность среды, b - коэффициент вязкости, r - расстояние от источника, $\beta = (\gamma + 1)/2$ - параметр нелинейности среды. Число n определяет тип волны: $n = 0, 1, 2$ для плоской, цилиндрической и сферической волны соответственно.

Обобщенное уравнение Бюргерса описывает три физических эффекта: динамическую (конвективную) нелинейность, вязкое затухание и геометрическую расходимость. Характерные расстояния проявления всех трех эффектов:

$$r_{nl} = \frac{c^2}{\beta \omega_0 V_0}, \quad r_l = \frac{2c^3 \rho}{b \omega_0^2}, \quad r_{sp} = r_0$$

Два безразмерных управляющих параметра: обратное акустическое число Рейнольдса ε и безразмерный радиус R_0

Для аналитических оценок и численного моделирования будем использовать другую форму **уравнения Бюргерса**:

$$\varepsilon = \frac{1}{\text{Re}} = \frac{r_{nl}}{r_l}, \quad R_0 = \frac{r_0}{r_{nl}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial R} - u \frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon g(R) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$g(R)=1$ - для плоских волн, $g(R)=1+R/2R_0$ - для цилиндрических,
 $g(R)=\exp(R/R_0)$ - для сферических.

Численное моделирование обобщенного уравнения Бюргерса

Уравнение для фурье-образов:

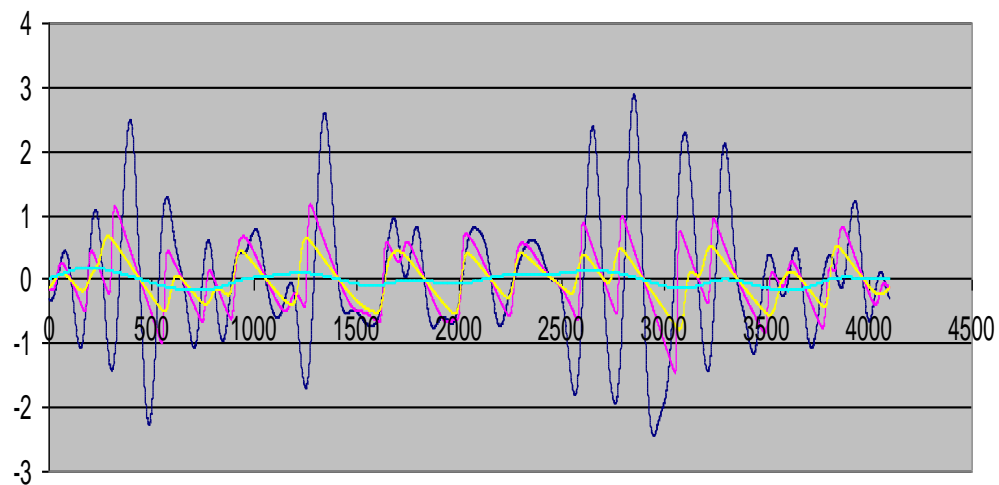
$$\frac{\partial C(\omega, R)}{\partial R} + \frac{i\omega}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^n F(F^{-1}(C(\omega, R))^2) = -\varepsilon \omega^2 C(\omega, R)$$

$$\frac{C_{R+h}(\omega) - C_R(\omega)}{h} + \frac{i\omega}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^n F((F^{-1}[C_R(\omega)])^2) = -\varepsilon \omega^2 C_R(\omega)$$

Начальный спектр

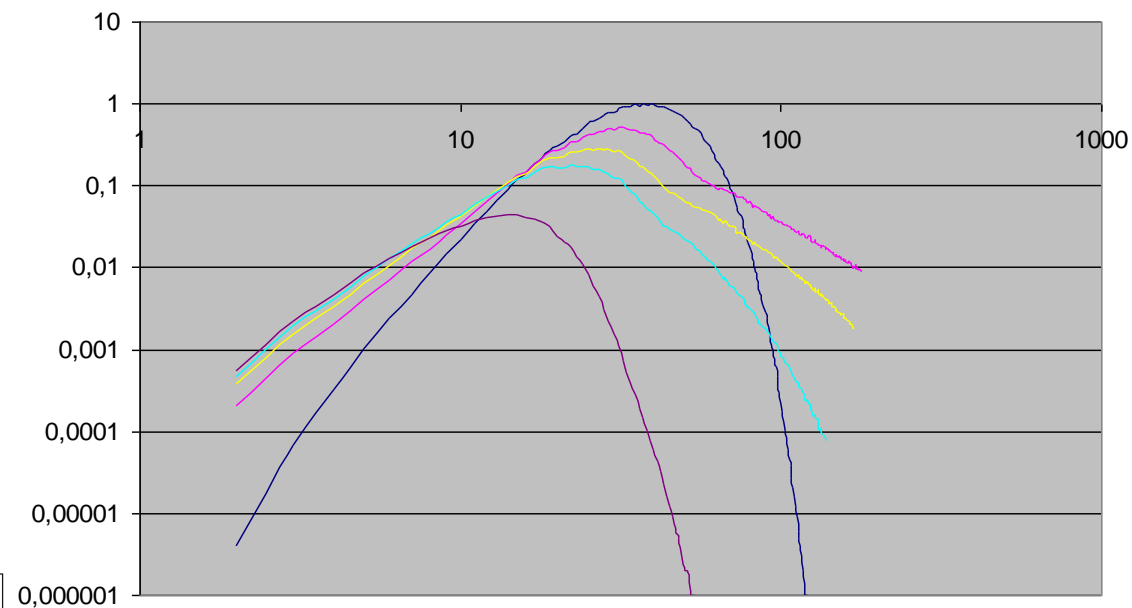
$$E(\omega) = \alpha \omega^4 \exp(-1.5 \alpha \omega^2 \gamma^2)$$

Эволюция шумовой сферической волны, $Re=50$, $R0=2$



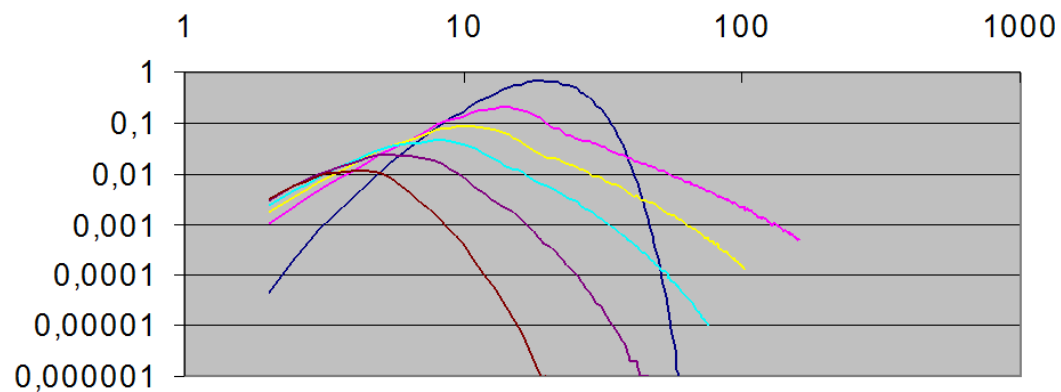
— $R=0$ — $R=1$ — $R=5$ — $R=10$

Спектр шумовой сферической волны, $Re=50$, $R0=1$
(в логарифмическом масштабе)



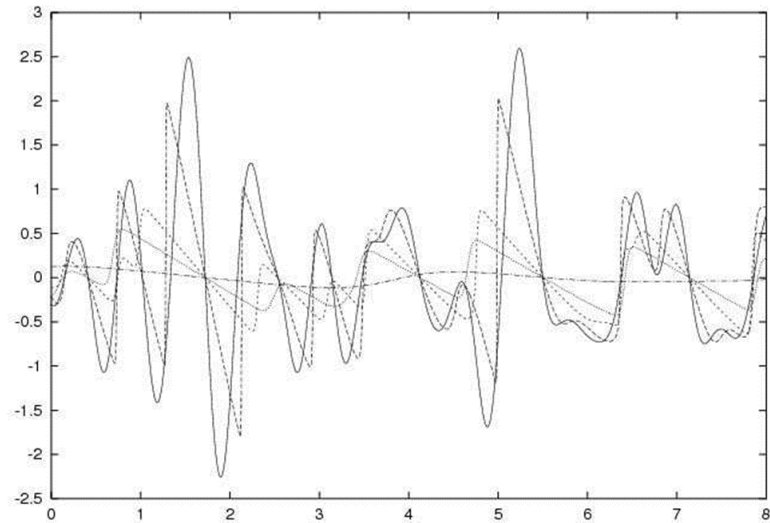
— $R=0$ — $R=1$ — $R=2$ — $R=3$ — $R=4$

Спектр шумовой цилиндрической волны,
 $Re=30$, $R0=2$
(в логарифмическом масштабе)

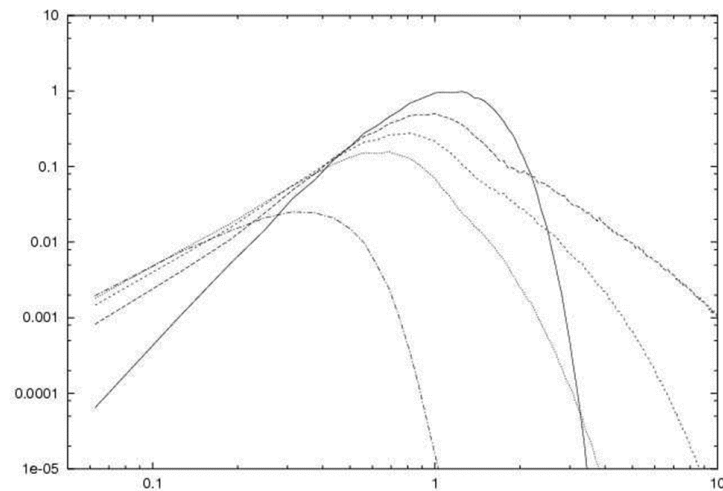


— $R=0$ — $R=1$ — $R=5$ — $R=10$ — $R=60$ — Ряд6

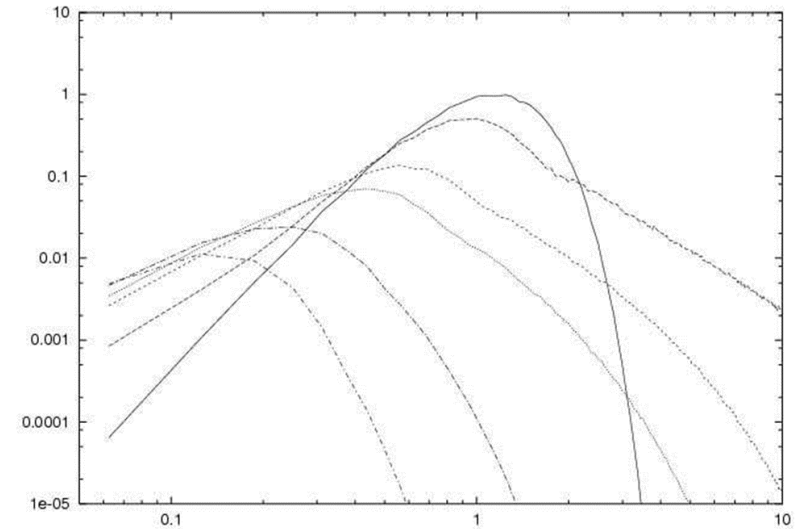
**Эволюция цилиндрической шумовой
волны:
 $Re = 50, Ro = 2.$
 $R = 0, 1, 5, 10, 60$**



**Эволюция
спектра
сферической
шумовой
волны: $Re = 30,$
 $Ro = 1. R =$
 $0, 1, 2, 3, 5$**



**Эволюция спектра цилиндрической шумовой
волны: $Re = 30, Ro = 2. R = 0, 1, 5, 10, 30, 60$**



Асимптотическое поведение расходящихся шумовых волн при больших числах Рейнольдса.

Начальный спектр Гауссова шума $E(\omega) = \alpha \omega^n \exp(-\omega^2/2\gamma^2)$, $n \geq 2$,

В случае убывающей вязкости $\varepsilon \rightarrow 0$ - универсальная форма спектра на низких частотах

$$E(\omega, R) = D(R) \omega^2$$

$D(R, \varepsilon, R_0)$ возрастает благодаря параметрической генерации низких частот.

На больших расстояниях, когда нелинейные эффекты существенны, спектр имеет универсальную форму

$$E_V(\omega, R) = D_\infty \omega^2 \exp(-2\varepsilon \omega^2 \int_0^R g(\xi) d\xi)$$

Для цилиндрических волн

$$D_\infty \approx \left(\frac{R_0}{\varepsilon} \right)^{1/2}$$

Для сферических волн

$$D_\infty \approx \left(R_0 \ln(1/\varepsilon) \right)^{1/2}$$

$$D_{\infty} = CR_{lin}$$

где C - некоторый "корректирующий фактор величина которого остается постоянной во всех областях на плоскости (ε , R_0).

Для определения величины C измерялась крутизна спектра в низкочастотной области, после того как волна достигла линейной стадии эволюции. Численные эксперименты для цилиндрических волн дали усредненный результат - **$C_{cyl} = 0.19$** , а для сферических волн был получен следующий результат - **$C_{spher} = 0.61$** . В ходе численных экспериментов наблюдалось малое различие этих величин друг от друга для различных реализаций спектров, что является хорошим подтверждением нашего предположения о постоянстве коэффициента C во всех областях эволюции расходящихся случайных волн. Таким образом, мы можем написать для спектральной плотности на больших расстояниях от входа следующие выражения:

Для цилиндрических волн

$$E(\omega, r) = 0.19 \left(\frac{R_0}{\varepsilon} \right)^{1/2} \omega^2 \exp(-2\varepsilon \omega^2 (r - r_0))$$

Для сферических волн

$$E(\omega, r) = 0.61 \left(R_0 \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right)^{1/2} \omega^2 \exp(-2\varepsilon \omega^2 (r - r_0))$$

- В работе исследовано распространение интенсивных шумовых акустических волн с неплоской геометрией.
- Показано, что спектр таких волн на больших расстояниях от источника, когда нелинейные эффекты становятся пренебрежимо малыми, будет иметь универсальную автомодельную форму.
- При этом амплитуда спектра определяется единственной константой $D_\infty = D_\infty(\varepsilon, R_0)$ (крутизной спектра в нуле), зависящей от двух безразмерных параметров: обратного акустического числа Рейнольдса ε и безразмерного радиуса R_0 .
- С помощью численного моделирования найдены численные коэффициенты перед этими константами.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!