

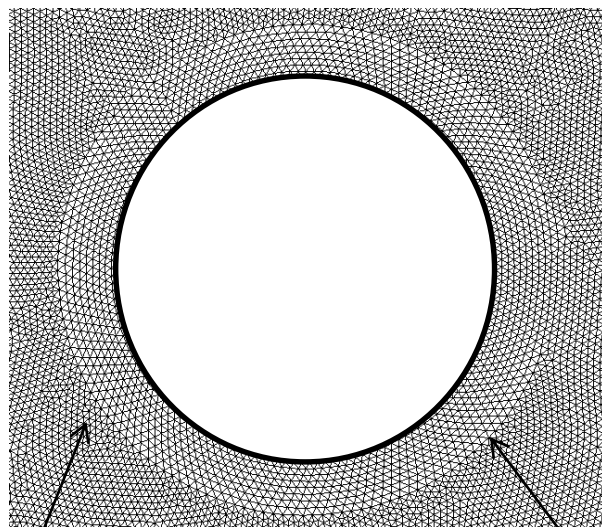
ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩЕЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРУБЛЕНТНОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ, ЗАДАННЫХ МЕТОДОМ ПОГРУЖЕННЫХ ГРАНИЦ, НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ



И.Абалакин, А.Дубень, Н.Жданова, Т.Козубская
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН

Цель работы – исследовать применимость метода погруженных границ в задачах численного моделирования турбулентного обтекания тел на неструктурированных сетках.

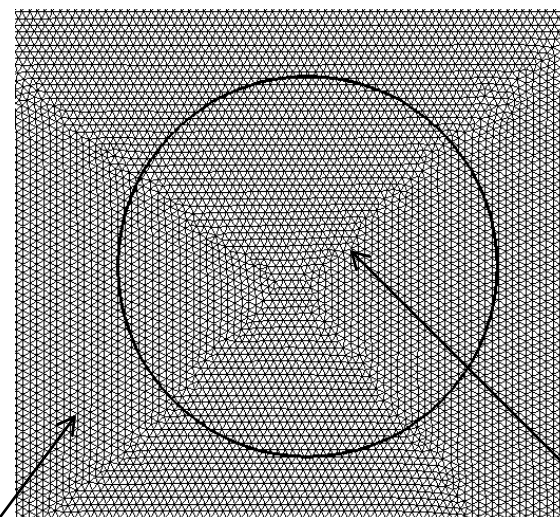
Согласованная
с границей сетка



границные условия

система уравнений
гидродинамики

Погруженные
границные условия



система уравнений
гидродинамики +
штрафные функции

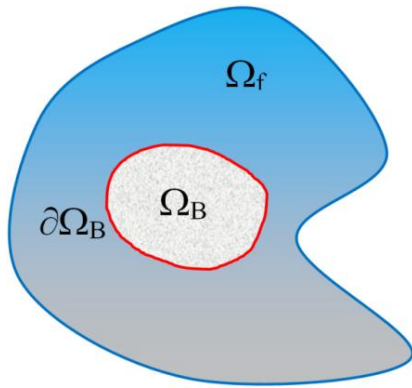
- не требует построения расчетной сетки, описывающей геометрию препятствия
- подходит для моделирования подвижных препятствий

Метод погруженных границ (1)

Несжимаемые уравнения Навье-Стокса

$\partial\Omega_B$ - поверхность обтекаемого тела

Ω_B - обтекаемое тело Ω_f - область течения



$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \mathbf{u}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_f, t > 0$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_B, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_B, t \geq 0$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega_f$$

Метод погруженных границ

(начально-краевая задача заменяется задачей Коши)

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\eta}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{u}_\eta \otimes \mathbf{u}_\eta) + \frac{1}{\rho} \nabla p_\eta + \chi \frac{1}{\eta} (\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}_B) = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \mathbf{u}_\eta, \quad \mathbf{x} \in \Omega_f, t > 0$$

$$\mathbf{u}_\eta(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega_f$$

$\eta \ll 1$ — штрафной параметр

$$\chi = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in \Omega_B \cup \partial\Omega_B \\ 0, & \mathbf{x} \in \Omega_f \end{cases}$$

Теоретическая оценка сходимости: $\|\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}\| = O(\eta^{1/4})$ (Angot, 1999)

Метод погруженных границ (2)

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \frac{1}{\text{Re}} \nabla \cdot \mathbf{F}_v(\mathbf{Q}), & \mathbf{x} \in \Omega_f, t > 0 \\ \mathbf{Q}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{Q}_0(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Omega_f \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_B, \frac{\partial \varepsilon}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = 0, & \mathbf{x} \in \partial \Omega_B, t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{Q} = (\rho, \rho \mathbf{u}, E)^T, \quad E = \rho(\mathbf{u}^2/2 + \varepsilon), \quad p = (\gamma - 1)\rho \varepsilon$$

Система уравнений Навье-Стокса со штрафными функциями

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{Q}_\eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Q}_\eta) + \frac{1}{\eta} \chi \begin{pmatrix} 0 \\ \rho_\eta (\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}_B) \\ \rho_\eta (\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}_B) \mathbf{u}_\eta \end{pmatrix} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla \cdot \mathbf{F}_v(\mathbf{Q}_\eta), & \mathbf{x} \in \Omega_f, t > 0 \\ \mathbf{Q}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{Q}_0(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Omega_f \end{cases}$$

Сжимаемые уравнения Навье-Стокса и уравнение Спаларта-Алмараса

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \tilde{\mu} \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\chi}{\eta} \rho u_i \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial (E + p) u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial u_j \tilde{\mu} \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\chi}{\eta} \rho u_i u_i \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v u_i}{\partial x_i} = D_v + G_v - C_{w1} f_w \left(\frac{v}{l_T} \right)^2 - \frac{\chi}{\eta} \rho v. \end{array} \right.$$

$\eta \ll 1$ — штрафной параметр

$$\chi = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in \Omega_B \cup \partial\Omega_B \\ 0, & \mathbf{x} \in \Omega_f \end{cases}$$

Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

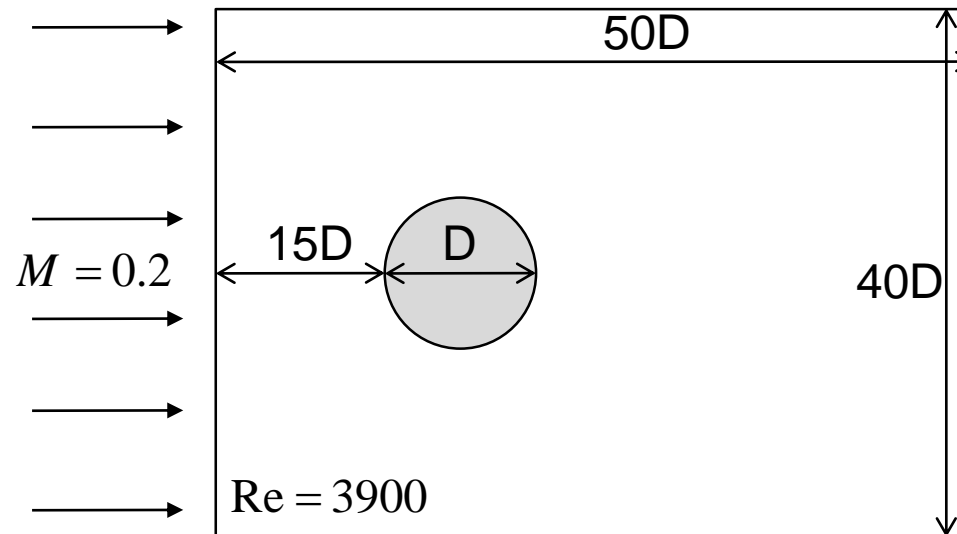
$Re=3900$

Вихреразрешающий подход: метод DDES

Граничное условие на поверхности: адиабатическое условие и условие прилипания

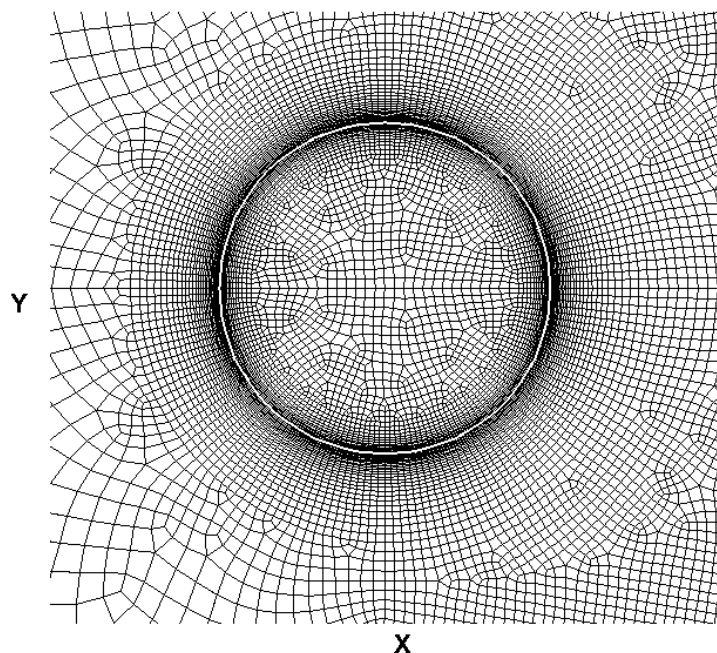
Моделирование твердого тела: метод погруженных границ

Численная схема: вершинно-центрированная повышенной точности с реберно-ориентированной реконструкцией потоков (EBR схема)

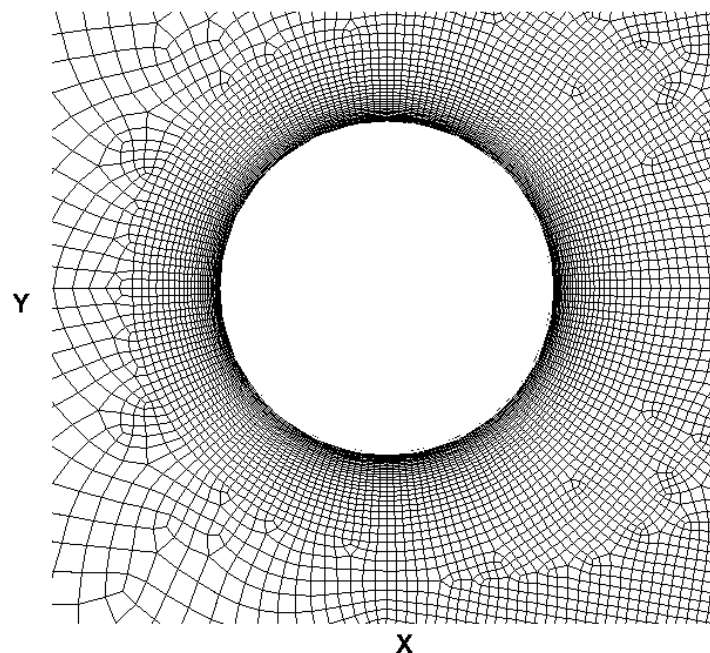


Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

$Re=3900$



Расчетная сетка
для метода погруженных границ



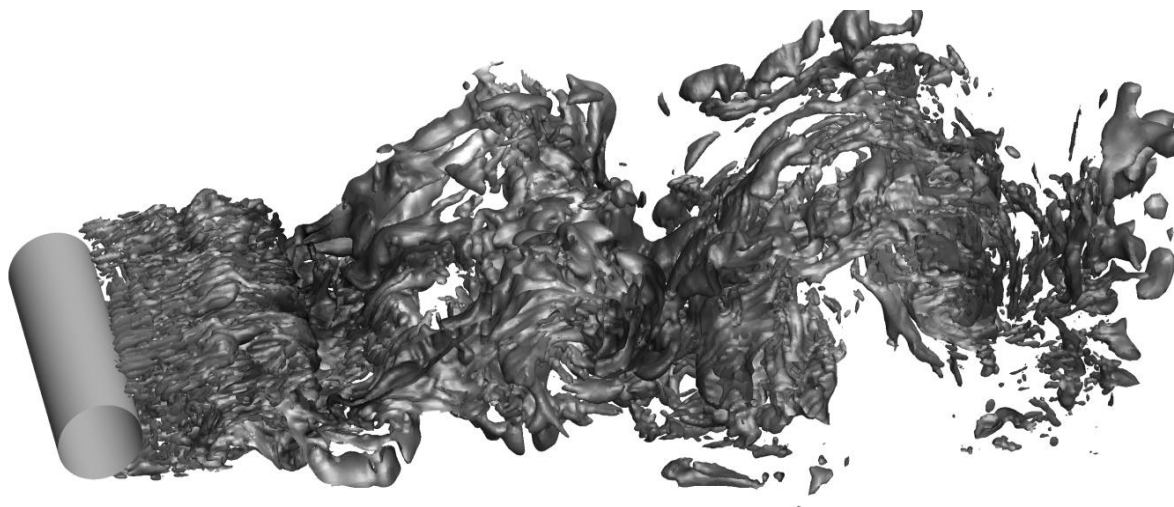
Расчетная сетка,
согласованная с границей

Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

Re=3900

Характеристики нестационарного поля течения

	$(C_D)_{rms} - \bar{C}_D$	$(C_L)_{rms}$	St
IBC метод	0.00028	0.11	0.21
BF метод	0.00033	0.11	0.21
Эксперимент	—	0.1	0.208

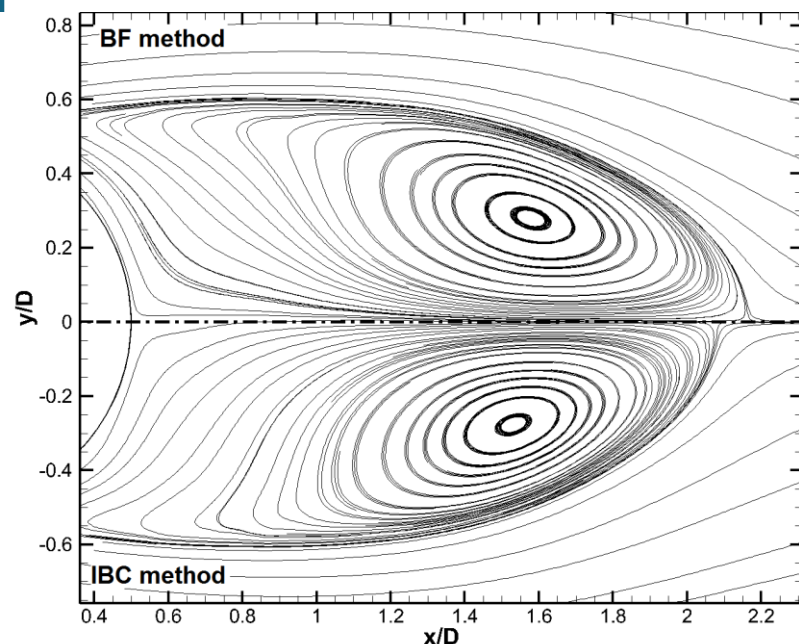


Изоповерхности пульсаций компоненты скорости
в направлении образующей цилиндра

Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

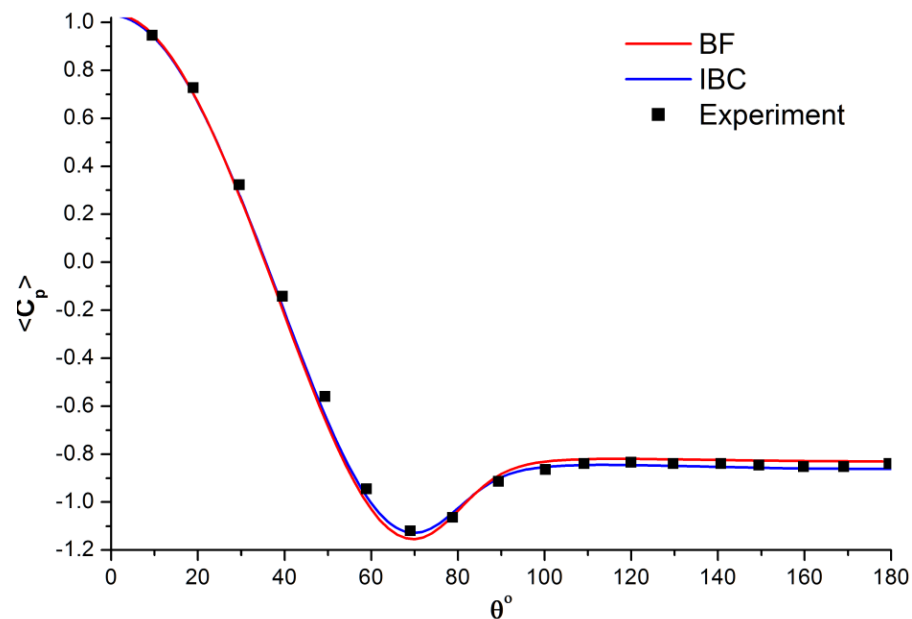
Re=3900

Характеристики осредненного поля течения



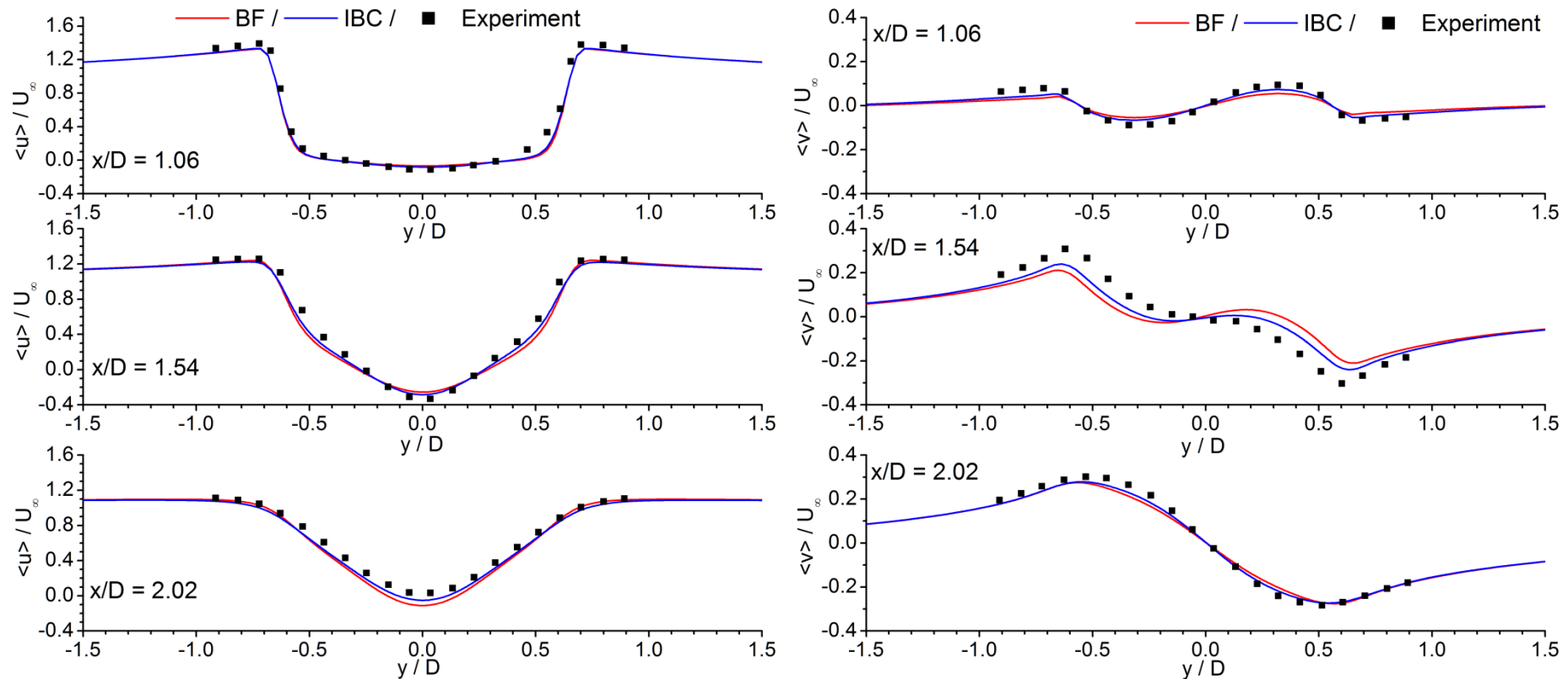
	C_d	θ_{sep}	L_r	$-C_{pb}$
IBC метод	1.04	87	1.58	0.86
BF метод	0.97	89	1.67	0.83
Эксперимент	1.00	86	1.58	0.90

Распределение по поверхности
цилиндра осредненного
коэффициента давления



Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

Характеристики осредненного поля течения



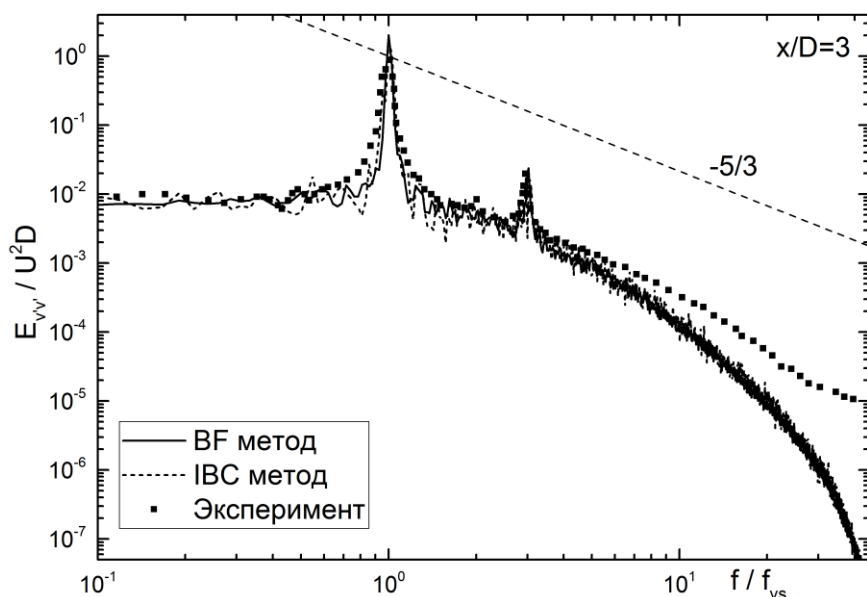
Профили осредненной продольной и поперечной скоростей
в различных сечениях

Моделирование течения вокруг трехмерного цилиндра

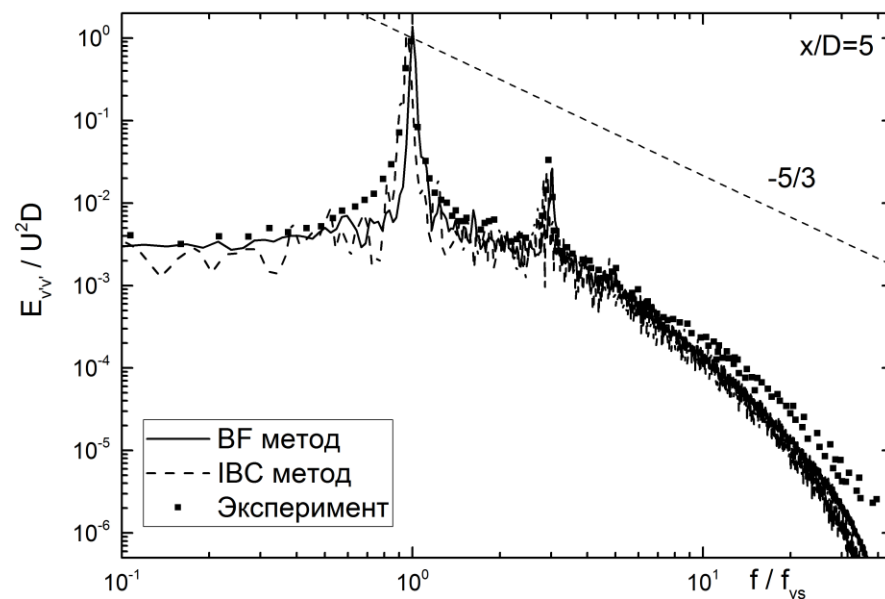
Re=3900

Одномерный энергетический спектр пульсации скорости,
направленной вдоль оси

$x/D = 3$

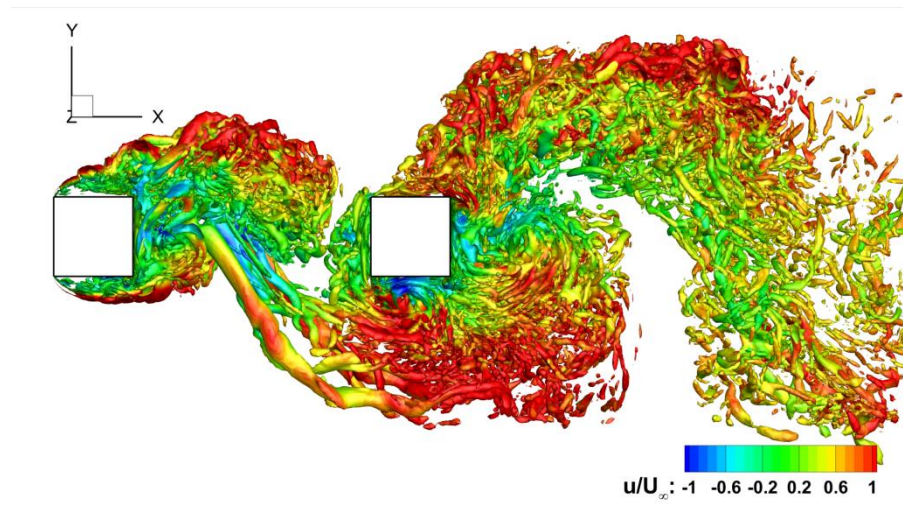


$x/D = 5$



Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

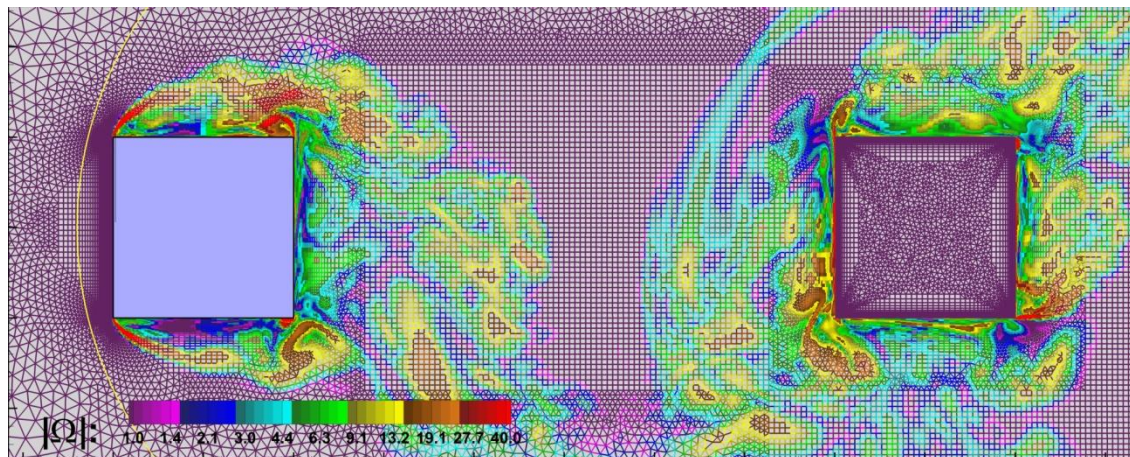
Параметры потока: $M = 0.2$, $Re_D = 180000$



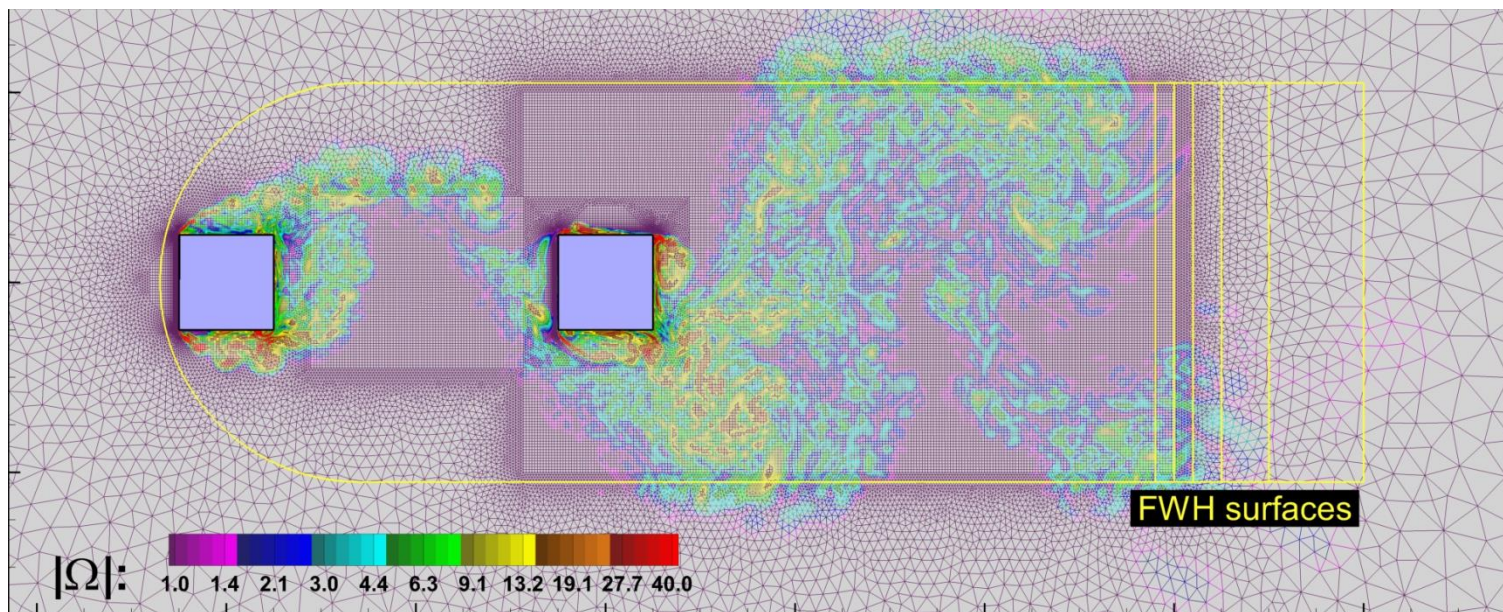
Вихреразрешающий подход: DDES с подсеточным масштабом $\Delta = \Delta_\omega$

Численная схема: гибридная CD+Upw EBR-схема

Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

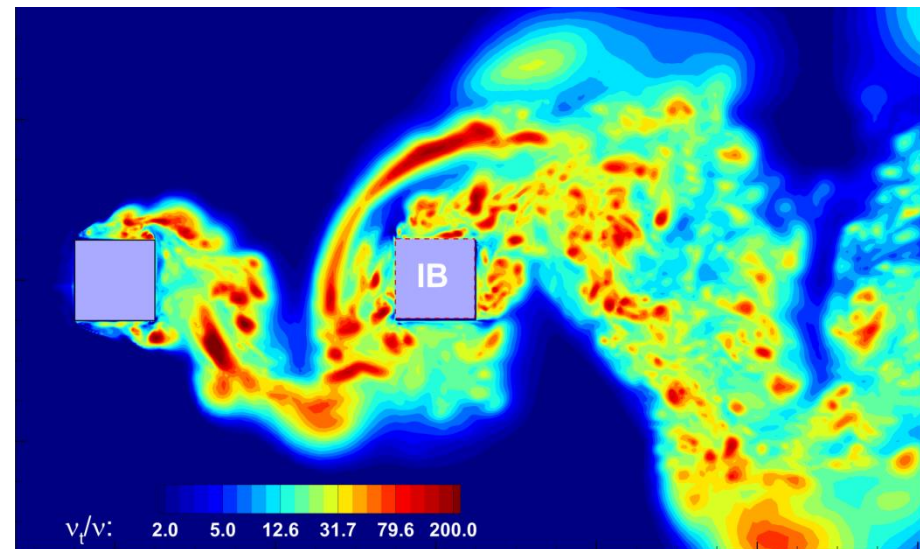
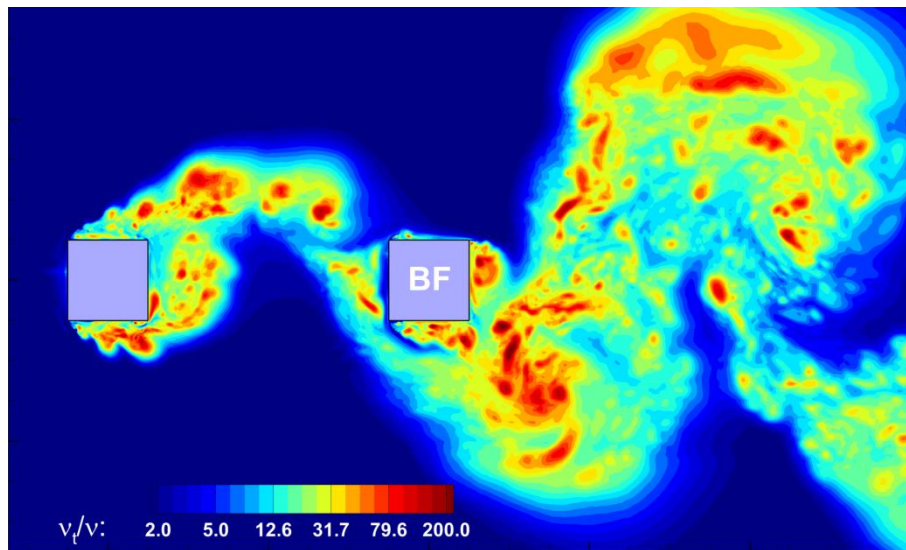
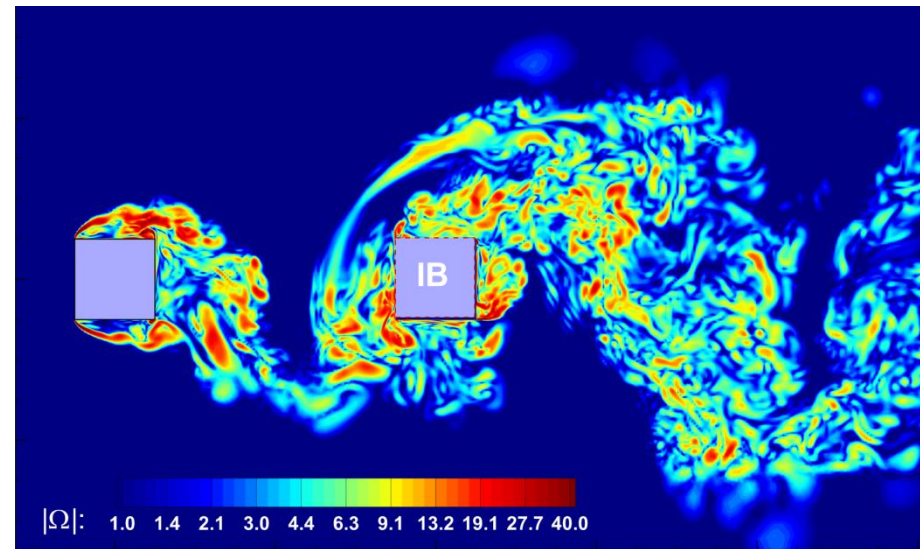
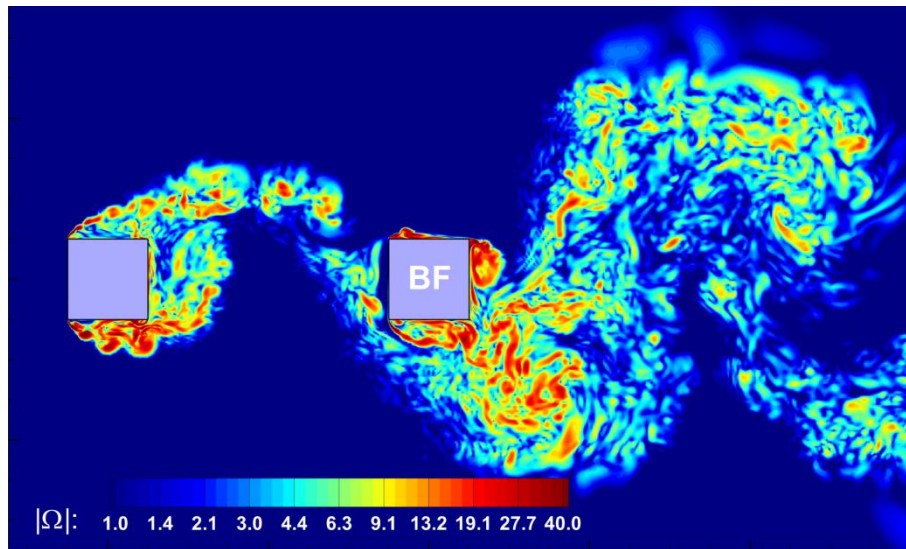


- **BF:** 10.5M узлов
- **IB:** 11.5M узлов
- $L_z=3D$, $N_z=100$

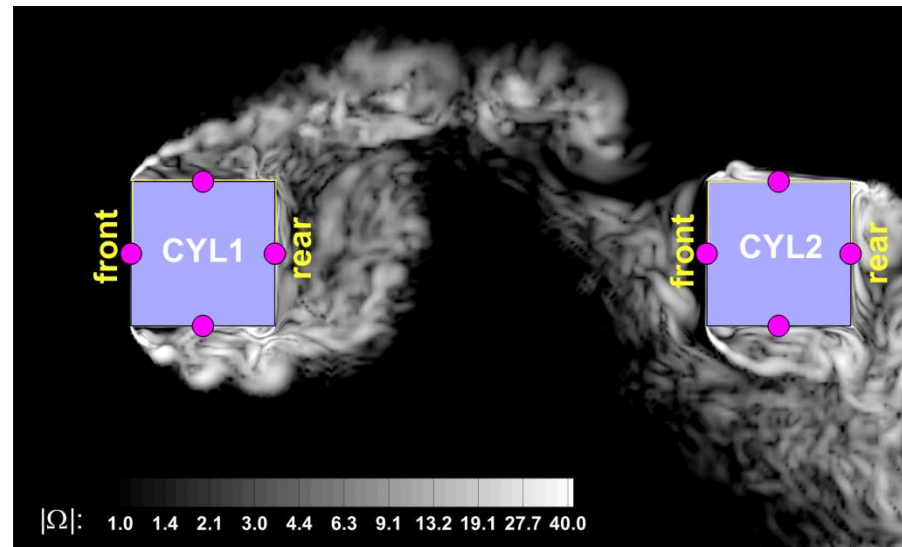
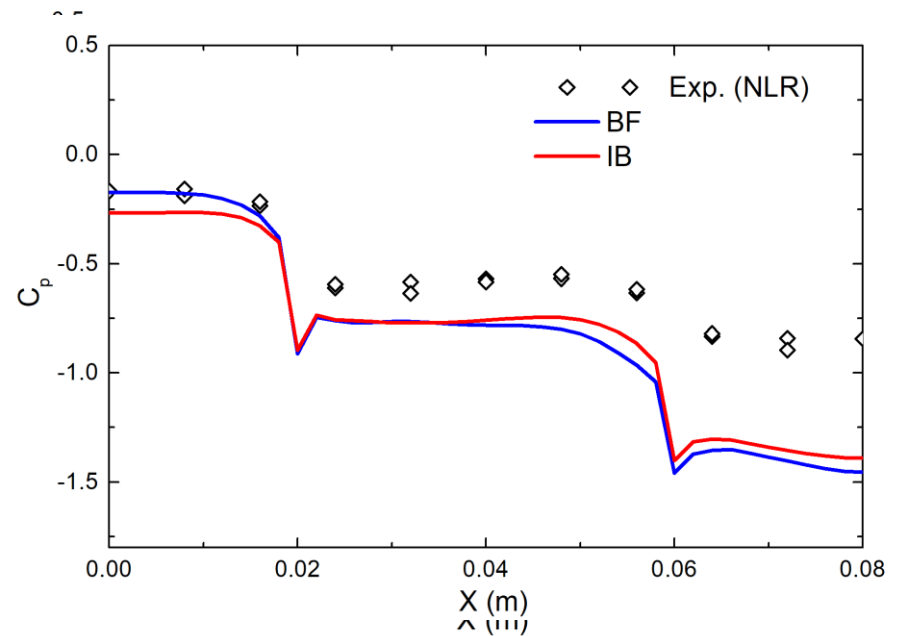
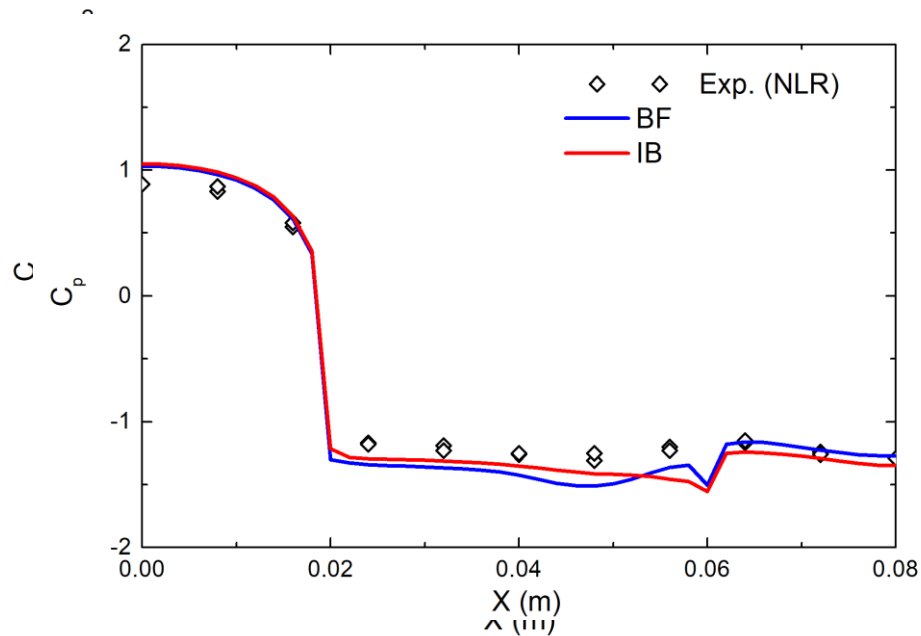


Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

Нестационарное поле течения



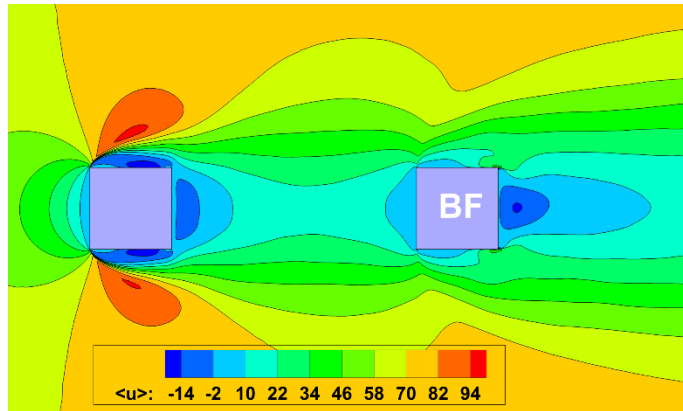
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров



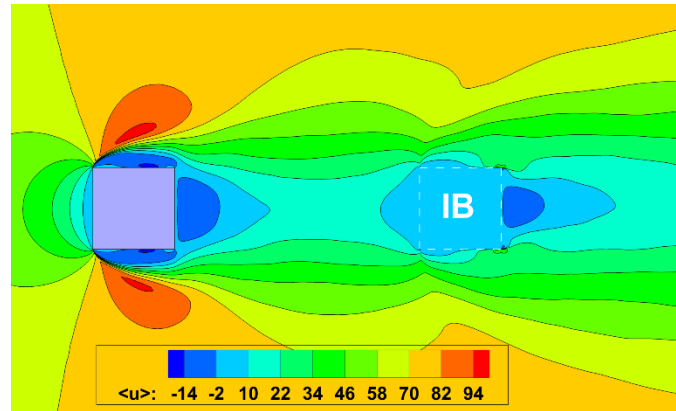
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

Осредненное поле течения

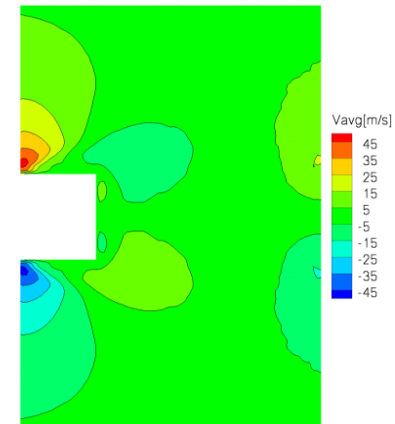
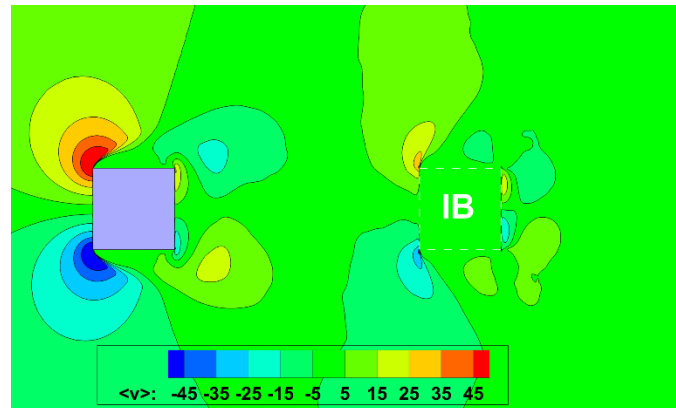
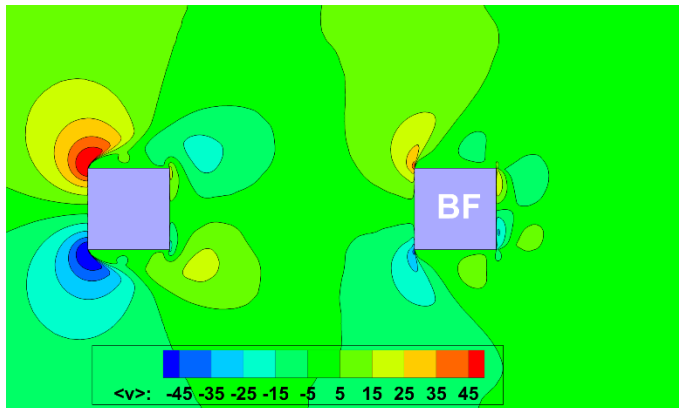
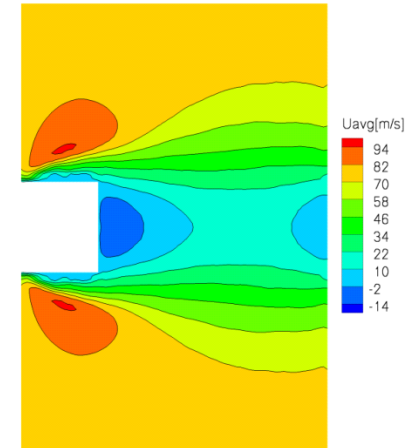
BF метод



IB метод

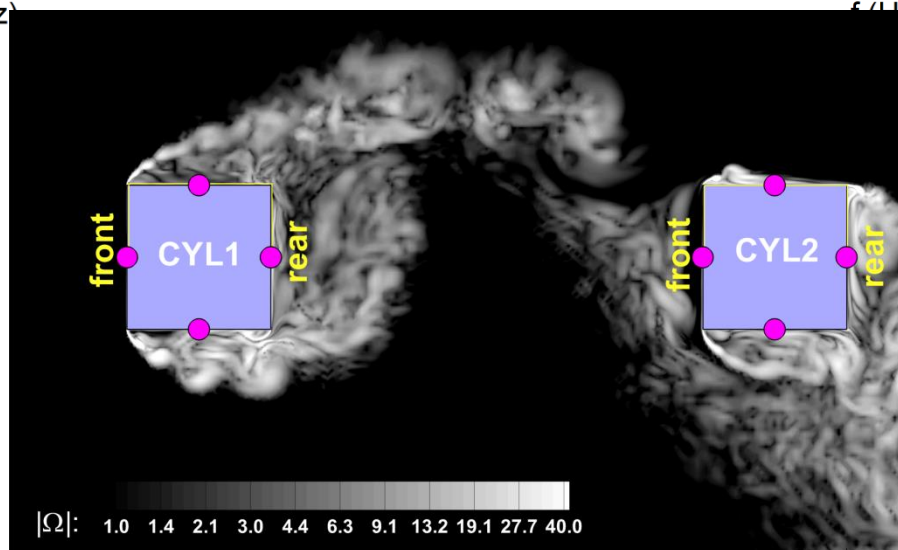
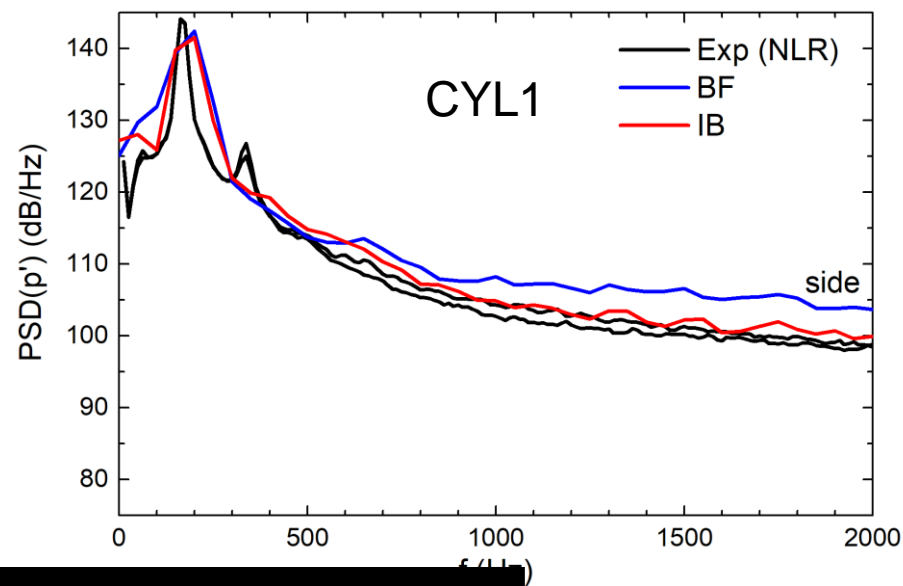
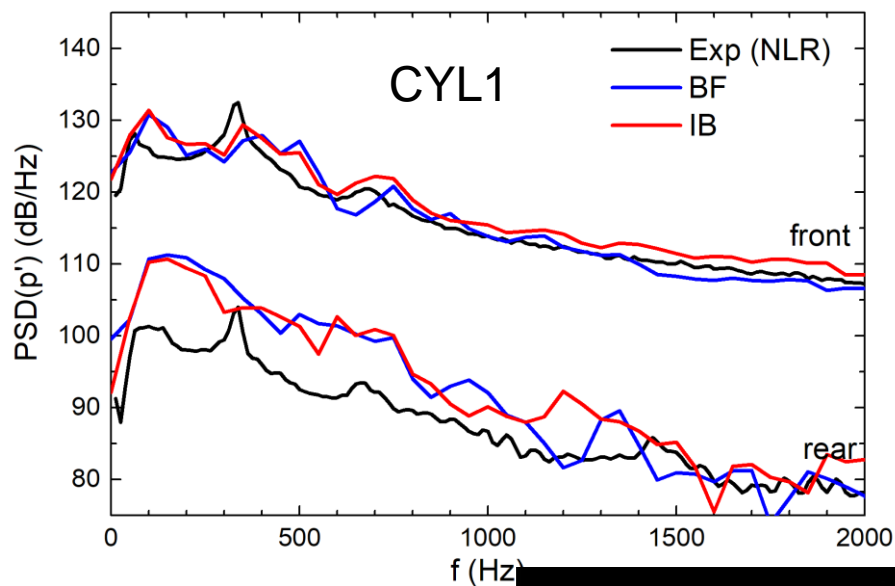


Эксперимент



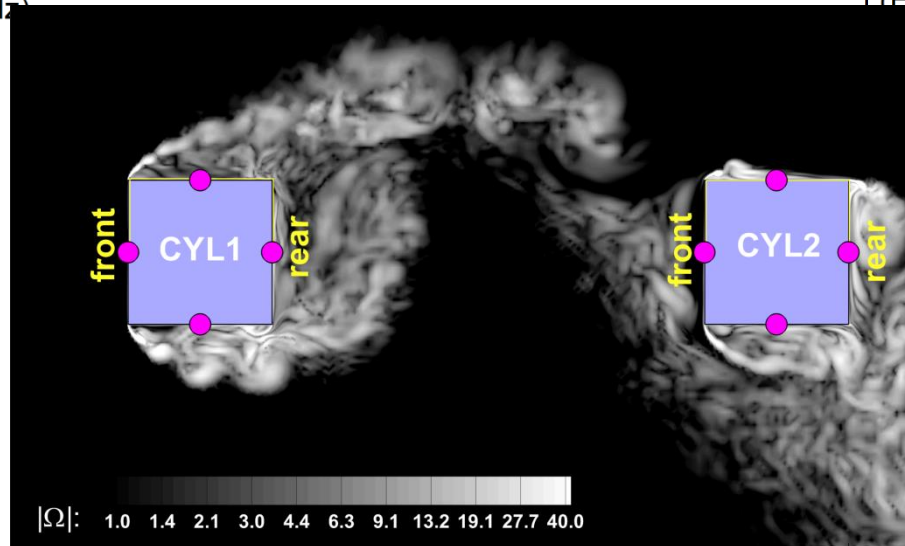
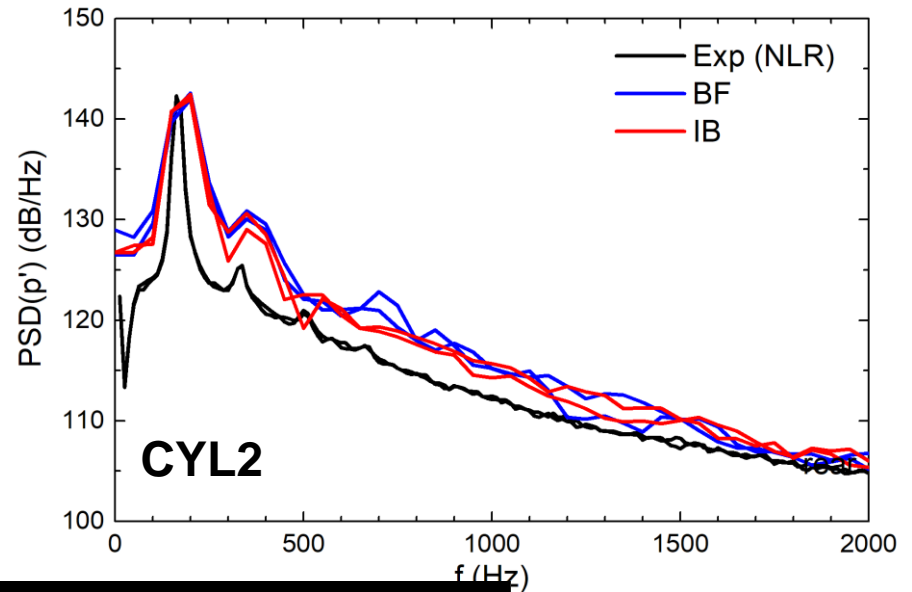
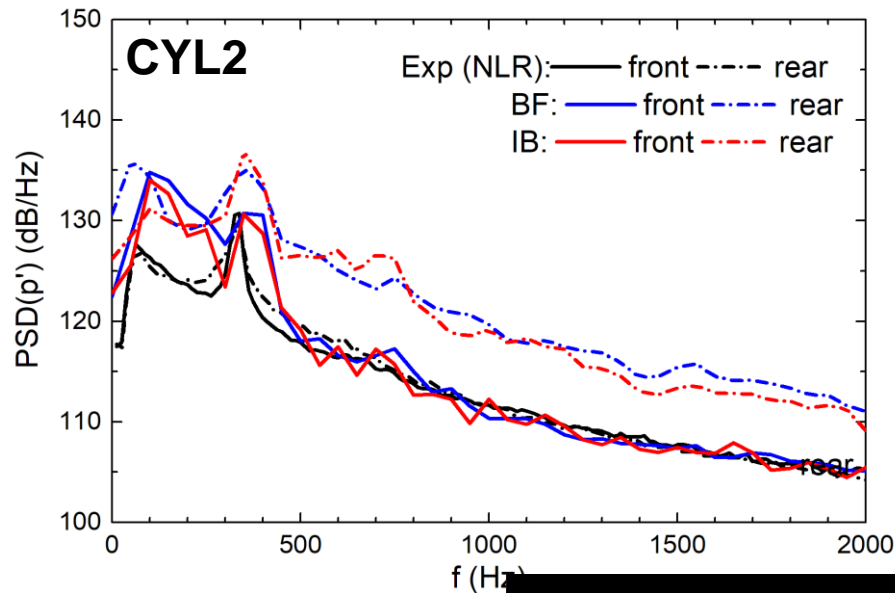
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

Спектр пульсаций поверхностного давления



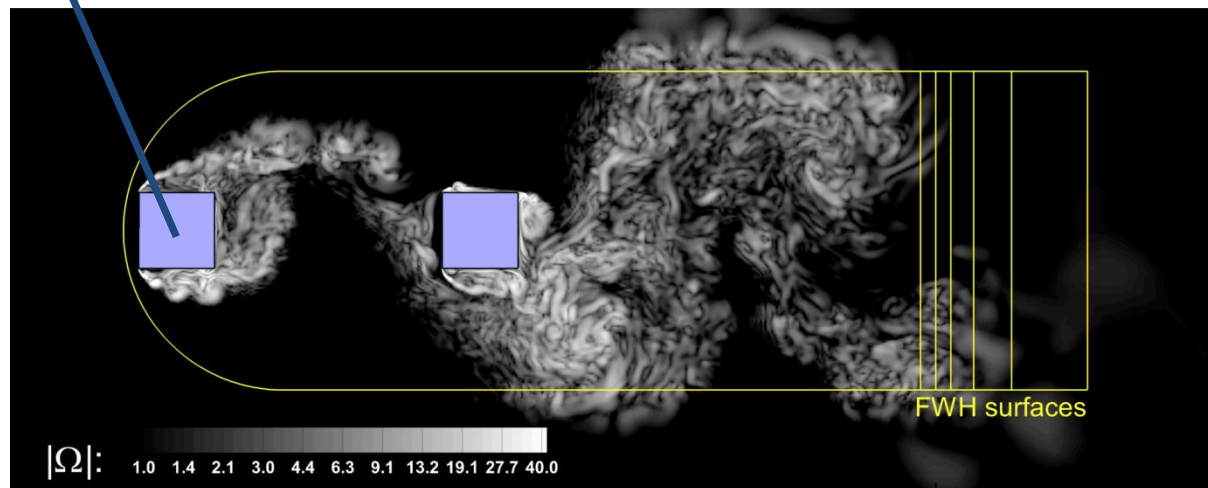
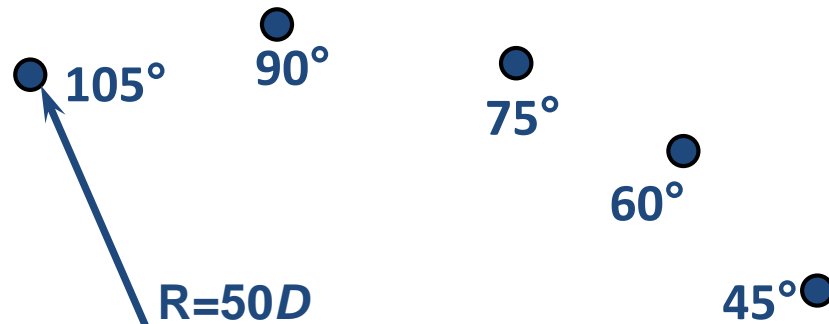
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

Спектр пульсаций поверхностного давления



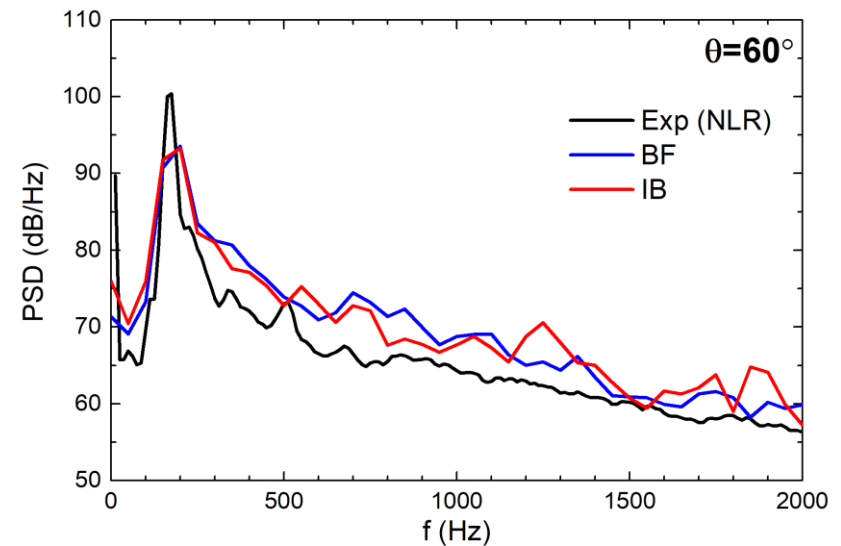
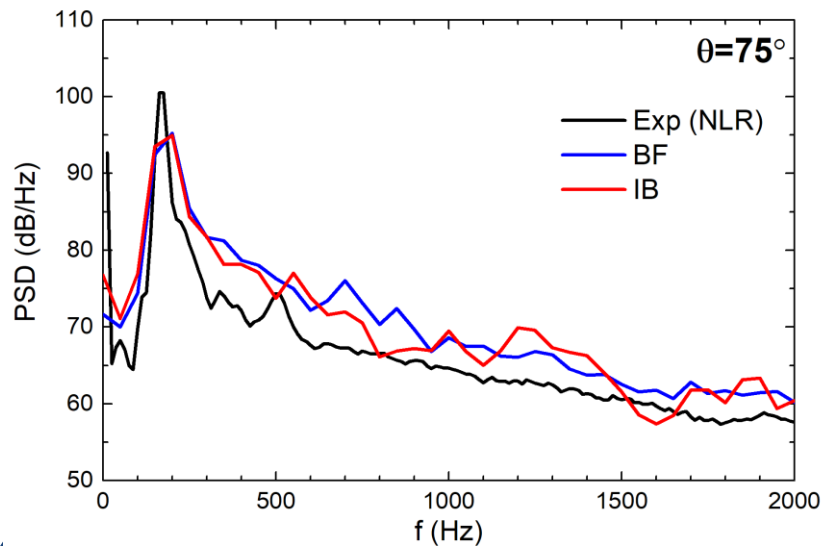
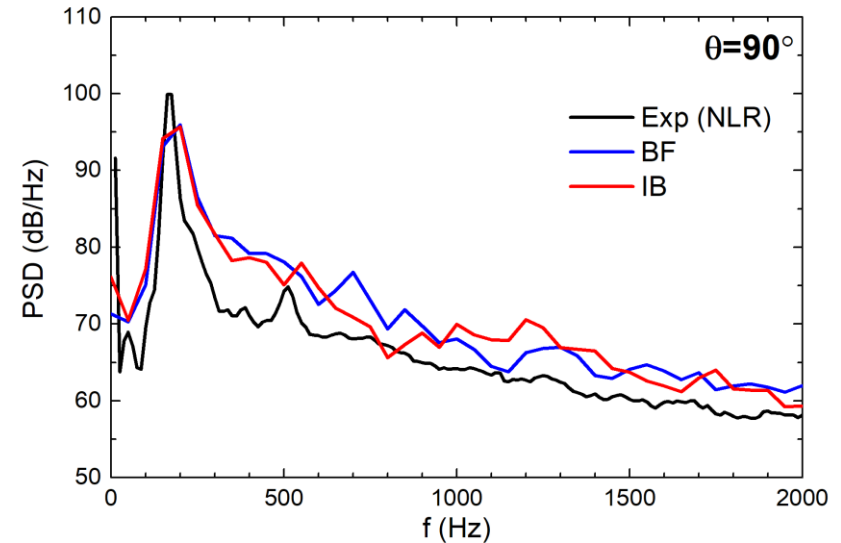
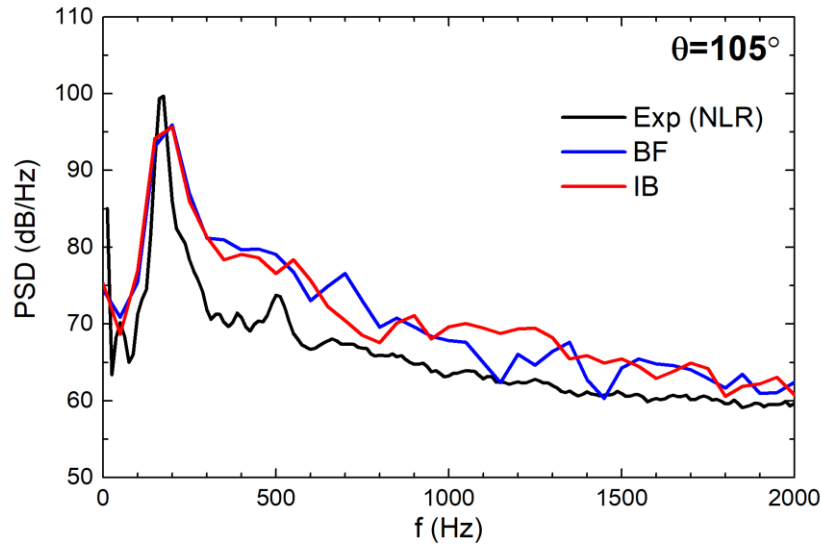
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

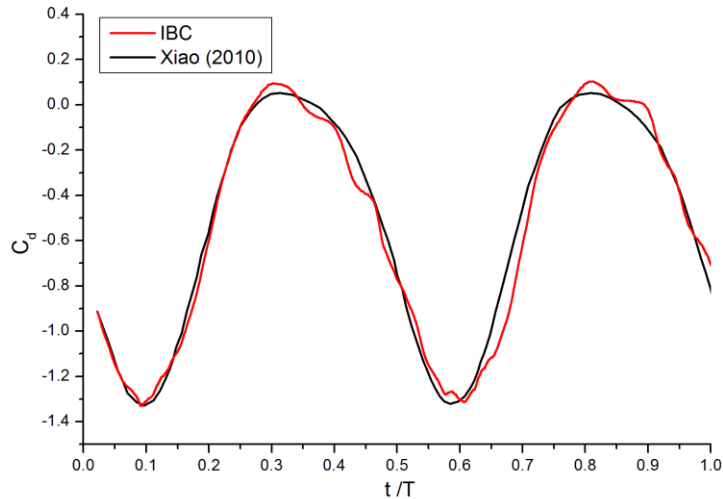
Контрольные точки дальнего поля



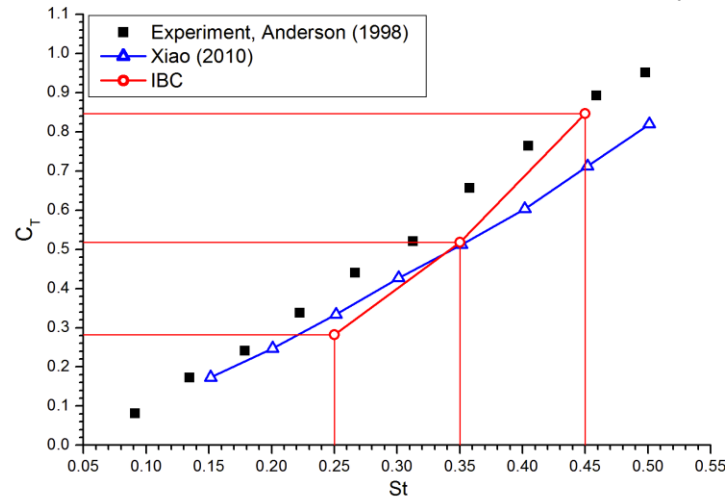
Моделирование течения вокруг тандема квадратных цилиндров

Акустика дальнего поля

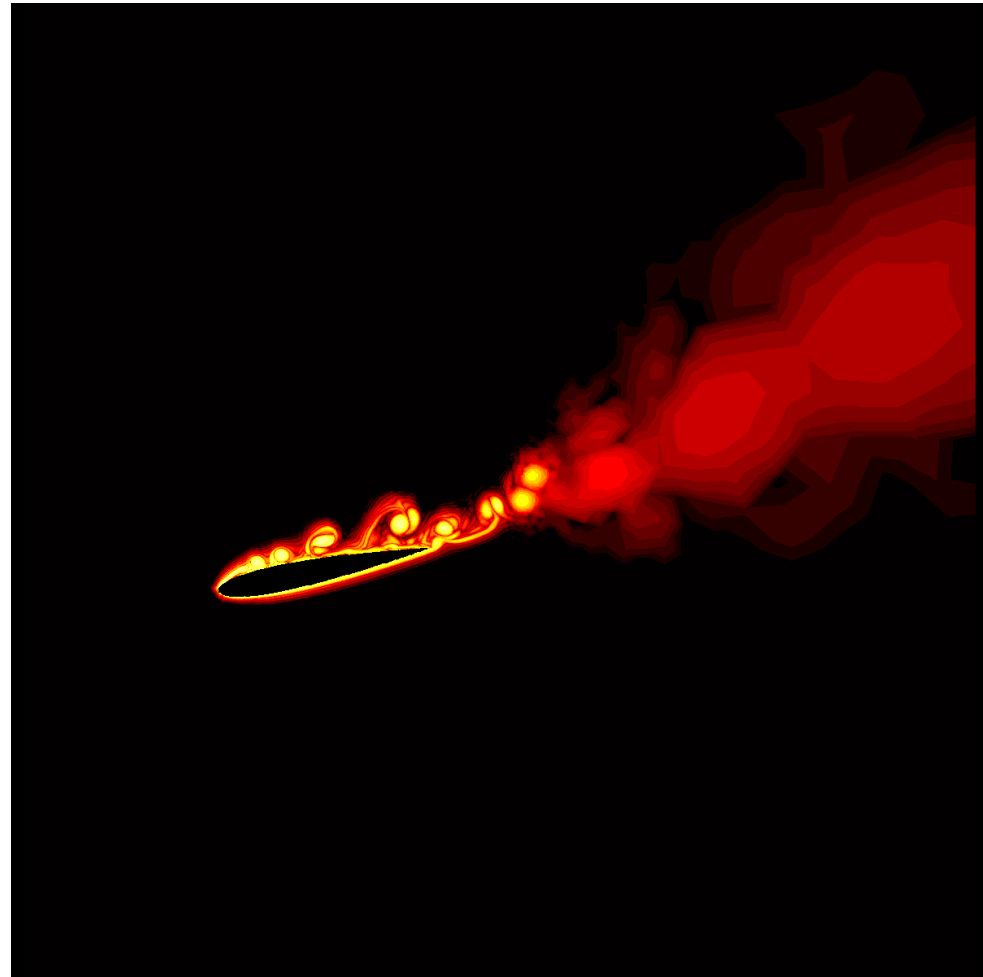




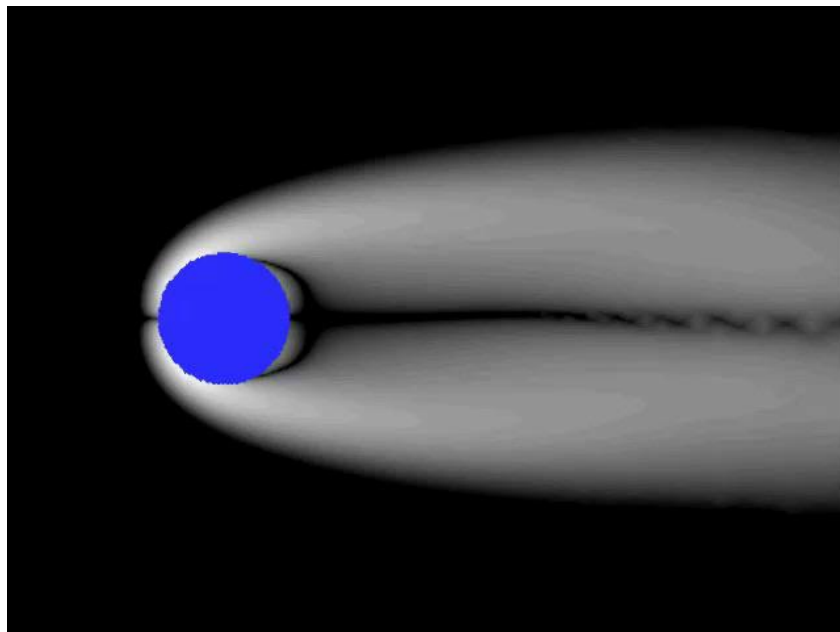
Computed drag coefficient in comparison with the numerical results from Xiao (2010)



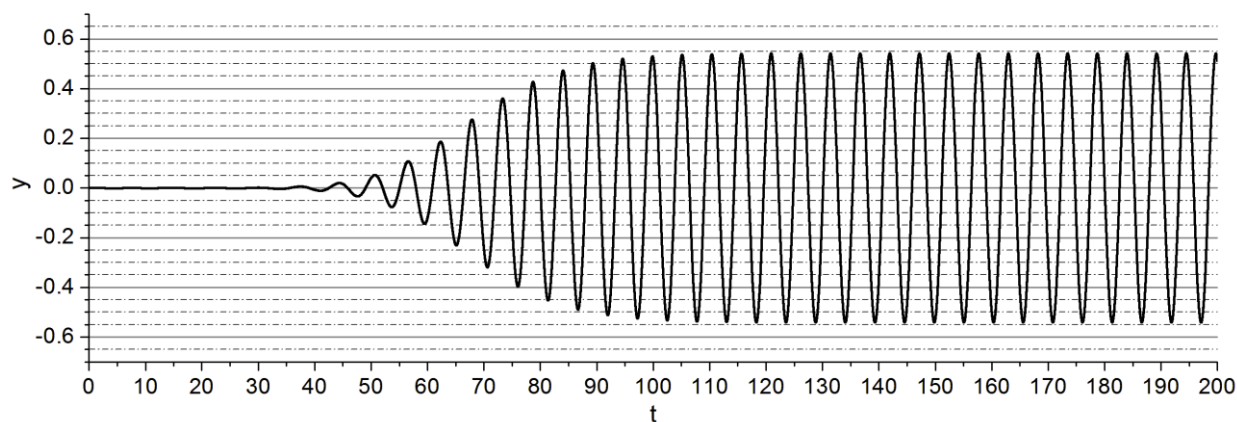
Mean trust coefficient in comparison with experimental data from Anderson (1998)



Индукцированные внешними силами колебания цилиндра



	IBC	D.Shields, 2001
Амплитуда осцилляций	0.55	0.57
C_L	0.6	0.5
C_D	2.17	2.26
Число Струхала	0.2	0.194

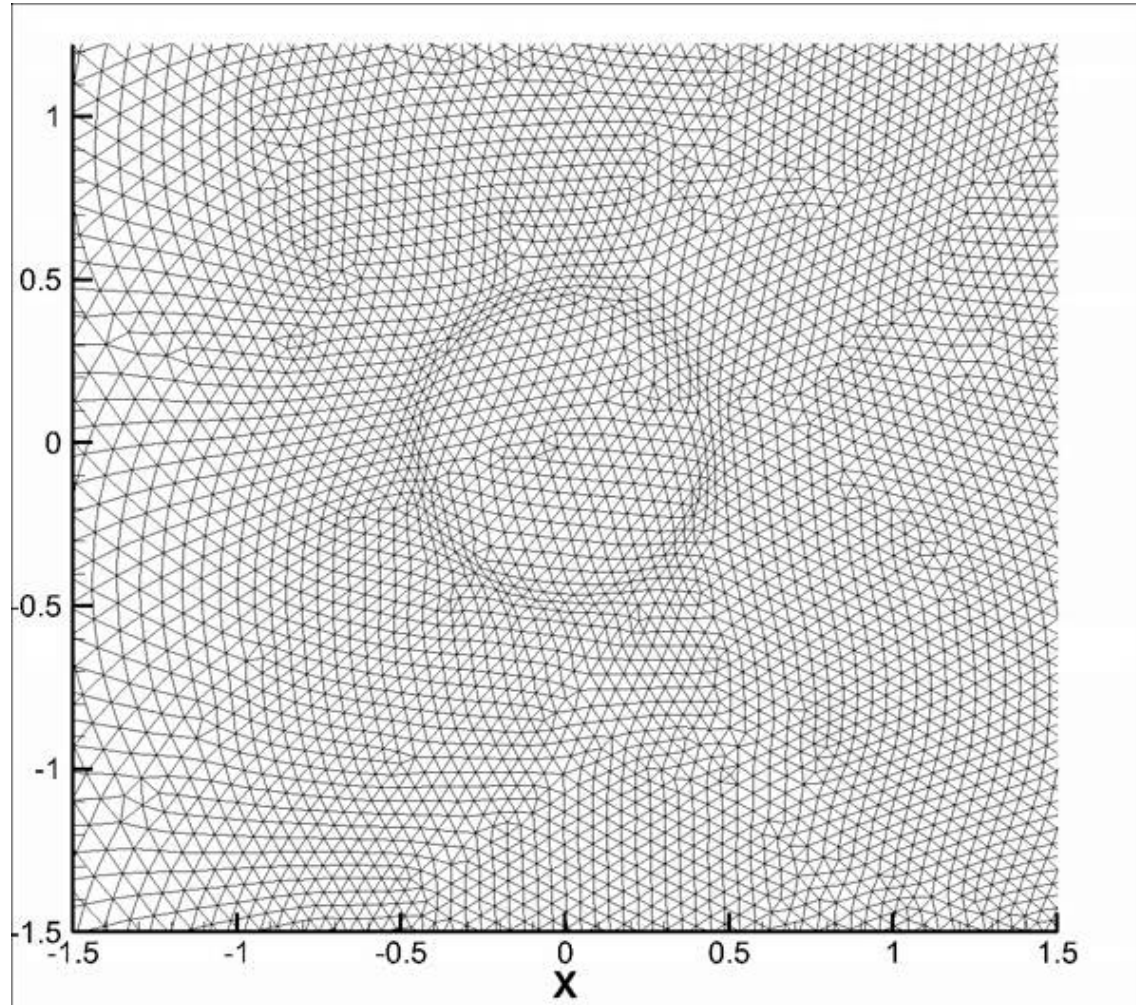


Временная зависимость смещения цилиндра

Динамическая адаптация неструктурированной расчетной сетки

Цель:

повысить точность моделирования граничных условия с применением метода погруженных границ, в том числе и для задач с подвижными обтекаемыми телами



Заключение

- Разработанную методику численного моделирования можно рассматривать, как инструмент численного исследования обтекания движущегося непроницаемого тела (как твёрдого, так и деформируемого) потоком вязкого сжимаемого газа.
Обтекаемое твердое тело может быть подвижным и иметь сложную геометрическую форму.
- Проведена верификация разработанной методики на примере численного моделирования трехмерных турбулентных течений

Спасибо за внимание