

Разработка параллельного решателя для численного моделирования аэроакустики винта с пилоном

В.А. Титарев

ФИЦ “Информатика и управление” РАН / НИО-9 ЦАГИ

Emails: titarev@ccas.ru

“Вычислительный эксперимент в аэроакустике”
Светлогорск, 2018

Цели и задачи работы

- В НИО-9 ЦАГИ ведется разработка собственного аэроакустического пакета параллельных программ, позволяющего исследовать различные винтовые конфигурации с точки зрения как шума на произвольных расчетных сетках.
- На предыдущей конференции 2016 года пакет программ использовался для решения уравнений Эйлера сжимаемого газа.
- В настоящей работе обсуждается обобщение пакета программ для проведения расчетов на основе уравнений Навье-Стокса вязкого сжимаемого газа для многозонных вращающихся сеток.
- Основными новыми элементами метода решения являются алгоритмы аппроксимации конвективных и вязких потоков на стыках вращающихся областей.
- При этом программная реализация метода существенно усложняется, так как для расчета потоков необходимо создавать дополнительные связи между областями, а также обмениваться значениями макроскопических переменных и правых частей схемы.
- Построенный метод решения применим к моделированию вязкого обтекания различных винтовых конфигураций, типичных для регионального самолета.

Расчетные уравнения в подвижной области

- Используется формулировка ALE (arbitrary Lagrangian – Eulerian) [Gil et al., 2010, Sevilla et al., 2017], в которой уравнения движения переписываются с учетом движения расчетной области и узлов.
- В нашем случае уравнения упрощаются, так как область и сетка вращаются вокруг одной из координатных осей как твердое тело, без деформации.
- Движение области течения характеризуется вектором угловой скорости $\Omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$
- В размерной векторной форме расчетные уравнения с учетом движения области имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\mathbf{F}_k^{ALE} - \mathbf{F}_k^v) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{F}_k^{ALE} = \mathbf{F}_k - v_k \mathbf{U}.$$

- Здесь \mathbf{U} - вектор консервативных переменных, \mathbf{F} , \mathbf{F}^v - обычные тензоры конвективных и вязких потоков по координатным направлениям:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \rho u_k \\ \rho u_1 u_k + \delta_{1k} p \\ \rho u_2 u_k + \delta_{2k} p \\ \rho u_3 u_k + \delta_{3k} p \\ (E + p) u_k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_k^v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1k} \\ \tau_{2k} \\ \tau_{3k} \\ u_\alpha \tau_{\alpha k} - q_k \end{pmatrix}.$$

Безразмерная форма уравнений

- В дальнейшем используется безразмерная форма записи расчетных уравнений, переход к которым определяется выбором масштабов координаты L_* , давления p_* , плотности ρ_* , скорости v_* , температуры T_* , молярной массы M_* и вязкости μ_* .
- По умолчанию масштаб длины $L_* = 1$ метр, но может быть задан в конфигурационном файле программы.
- Во всех случаях масштаб коэффициента теплопроводности $\lambda_* = \mu_* v_*^2 / T_*$.
- Для масштабов скорости и давления принимается $v_* = \sqrt{RT_*}$, $p_* = p_\infty$.
- Уравнение состояния принимает вид $p = \rho T$.
- В безразмерных переменных уравнения (3) переписываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \nabla(\mathbf{F}^{ALE} - \frac{1}{\text{Re}_*} \mathbf{F}^v) = \mathbf{0}, \quad \text{Re}_* = \frac{\rho_* v_* L_*}{\mu_*}.$$

- Здесь число Рейнольдса Re_* формально получается при переходе к безразмерным переменным и может не совпадать с реальным числом Рейнольдса задачи.

- Пусть задача решается для одиночной вращающейся расчетной области
- Обозначим n – номер шага по времени с интервалом Δt . Введем в физических переменных расчетную сетку из ячеек Vol_i^n с гранями A_{li} . Обозначим вершины ячеек сетки через \mathbf{x}_j^n .
- Пусть \mathbf{U}_i^n – среднее значение вектора консервативных переменных в ячейке i в момент времени n .
- В нашем подходе используется симметричная дискретизация, так что для значений вектора консервативных переменных на верхнем слое $n+1$ имеем формулу

$$\mathbf{x}_j^{n+1} = \mathbf{x}_j^n + T_\Omega \Delta t,$$

$$\frac{\mathbf{U}_i^{n+1} - \mathbf{U}_i^n}{\Delta t} = (1 - \alpha) \mathbf{R}_i(\mathbf{U}^{n+1}, \mathbf{x}^{n+1}) + \alpha \mathbf{R}_i(\mathbf{U}^n, \mathbf{x}^n).$$

$$\mathbf{R}_i(\mathbf{U}^n, \mathbf{x}^n) = -\frac{1}{|V_i|} \sum_l \Phi_{li}^n, \quad \Phi_{li} = \int_{A_{li}} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}^{ALE} - \frac{1}{\text{Re}_*} \mathbf{F}^v) dA$$

- Выбор $\alpha = 1/2$ позволяет получить второй порядок; T_Ω – матрица поворота вокруг заданной оси системы координат, $(n_x, n_y, n_z)^T$ – внешняя единичная нормаль к грани.

- Для получения 2-го и выше порядка аппроксимации для конвективного потока используется процедура реконструкции на основе метода наименьших квадратов в локальной системе координат [Dumbser and Käser, 2007, Titarev et al., 2010]
- Для решения задачи о распаде разрыва используется метод HLLC [Toro et al., 1994] с модификацией для вращающейся системы координат [van der Ven and van der Vegt, 2002]
- Аппроксимация вязких численных потоков при решении уравнений Навье-Стокса требует нахождения производных на гранях ячеек сетки. В численном методе используются значения решения в центрах прилегающих ячеек и в вершинах грани, являющиеся обобщением [Mitchell, 1994, Frink, 1996].
- После нахождения градиентов всех величин в центрах ячеек, вязкая часть численного потока находится непосредственным подставлением величин в определение потока. При этом необходимые для вычисления μ и λ значения температуры находятся осреднением величин, найденных во время процедуры реконструкции.

Продвижение по времени

- Введем фиктивное время $0 \leq \tau \leq \infty$ и переменную $V(\tau)$, $\lim_{\tau \rightarrow \infty} V_i(\tau) = U_i^{n+1}$, и перепишем схему (5) в следующем виде:

$$\frac{d}{d\tau} V_i(\tau) + \frac{V_i(\tau) - U_i^n}{\Delta t} = (1 - \alpha) R_i(V(\tau), x^{n+1}) + \alpha R_i(U^n, x^n)$$

- Введем дискретизацию по времени с локальным шагом $\Delta \tau_i$:

$$\frac{\Delta V_i^k}{\Delta \tau_i} + \frac{V_i^k + \Delta V_i^k - U_i^n}{\Delta t} = (1 - \alpha) R_i(V^k + \Delta V^k, x^{n+1}) + \alpha R_i(U^n, x^n).$$

- В дискретном виде по аналогии со стационарным случаем получаем следующие уравнения для расчета приращения величины V_i^k по времени:

$$D_i \Delta V_i^k + \frac{1 - \alpha}{2|V_i|} \sum_l \left(T_{li}^{-1} \Delta F_{li} - V_{li} \Delta V_{\sigma_l(i)}^k \right) |a_{li}| = (1 - \alpha) R_i(V^k, x^{n+1}) - \frac{V_i^k}{\Delta t} + Z_i^n,$$

$$D_i = \left(\frac{1}{\Delta \tau_i} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1 - \alpha}{2|V_i|} \sum_l V_{li} |a_{li}| \right) I, \quad Z_i^n = \left[\alpha R_i(U^n, x^n) + \frac{U_i^n}{\Delta t} \right].$$

- Для решения системы используется неявный метод LU-SGS без явного вычисления матриц Якоби (т.н. matrix-free метод) [Yoon and Jameson, 1988, Men'shov and Nakamura, 1995, Men'shov and Nakamura, 2000].

Критерий сходимости итераций

- Введем вектор невязки:

$$\text{Residual} = (1 - \alpha)R_i(\mathbf{V}^k, \mathbf{x}^{n+1}) - \frac{\mathbf{V}_i^k}{\Delta t} + \mathbf{Z}_i^n$$

- В развернутом виде

$$\text{Residual} = -\frac{\mathbf{V}_i^k}{\Delta t} + \frac{\mathbf{U}_i^n}{\Delta t}(1 - \alpha)R_i(\mathbf{V}^k, \mathbf{x}^{n+1}) + \alpha R_i(\mathbf{U}^n, \mathbf{x}^n).$$

- Критерий сходимости

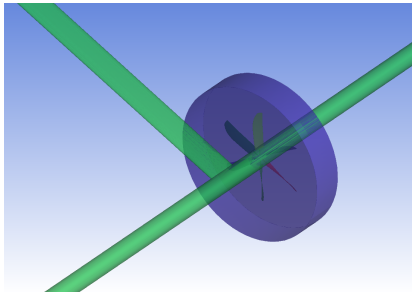
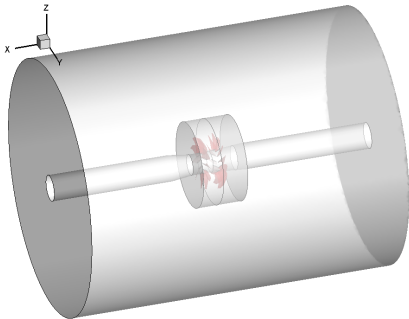
$$||\text{Residual}|| \leq \varepsilon$$

- Были проведены методические расчеты с разными значениями

- $\varepsilon = 10^{-1}$ - схема CN-1
- $\varepsilon = 10^{-2}$ - схема CN-2
- $\varepsilon = 10^{-3}$ - схема CN-3

Моделирование сложных винтовых конфигураций

- Типичная геометрия задачи с несколькими вращающимися областям:



- Переход к моделированию вязких течений потребовал внесения следующих изменений в базовый численный метод:
 - новый алгоритм вычисления конвективных потоков вблизи границы вращающихся блоков, основанный на интегральных формулах.
 - новый алгоритм вычисления вязких потоков вблизи границы вращающихся блоков.

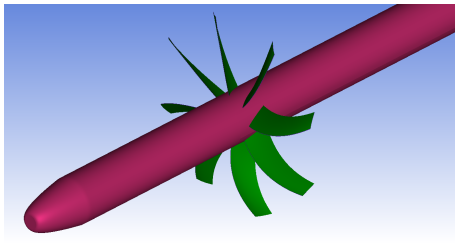
- В настоящей работе используется численный метод, который не использует предположение о конформности узлов сеток из различных зон. Для каждой граничной ячейки i_K из заданной зоны K находится наиболее близкая к ее грани l граничная ячейка $j_M(i_K)$ из зоны M ; данная ячейка касается границы гранью с номером l_1 . Алгоритм вычисления численных потоков использует информацию о решении из ячейки i_K и $j_M(i)$ и их соседей для вычисления значений

$$\Phi_{li_K} \equiv \Phi_{l_1 j_M}$$

- Для реконструкции вблизи границ зон применяется теорема Гаусса – Остроградского с использованием значения из наиболее близкой ячейки соседней (граничащей) зоны с номером $j_M(i)$. В результате расчет значений на грани использует значения неизвестных в ячейках из обеих граничащих зон; сама формула для градиента является центрированной вокруг ячейки V_i , а не односторонней.
- В формуле расчета градиентов решения на гранях сетки вместо несуществующего значения из ячейки $\sigma_l(i)$ используется значение из наиболее близкой ячейки соседней зоны. Следует отметить, что из-за вращения сетки все коэффициенты в формуле для градиентов необходимо пересчитывать после каждого поворота сетки.

Тестовый расчет тематического винта

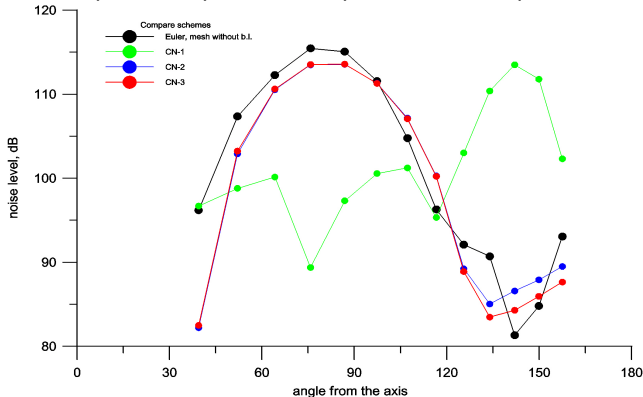
- “Геометрия Шура и Стрельца” взята из работы [Spalart et al., 2010]
- Радиус винта равняется 2 метрам, скорость вращения $\Omega = -1280$ об/м (против часовой стрелки), скорость набегающего потока – 83.7 м/с.



- Расчеты проводились как по уравнениям Эйлера на сетке без пограничного слоя, так и по уравнения Навье-Стокса на сетке с грубым пограничным слоем. Число ячеек $6 + 7 = 13$ миллионов
- На системе РСК Торнадо, установленной в СпБПУ, получена удовлетворительная масштабируемость до 32 узлов (896 ядер, 1792 гиперпотока)

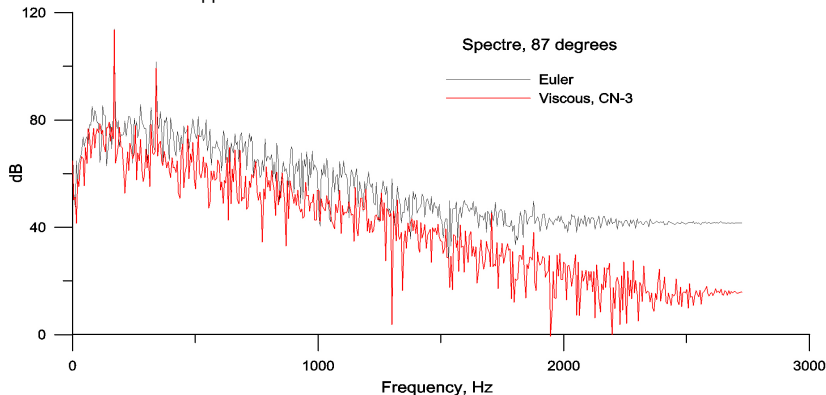
Расчет направленности

- Расчет шума в дальнем поле проводится по методу Фокса Вильямса-Хоукинга с конвективной функцией Грина [Najafi-Yazdi et al., 2011].
- Расчеты были выполнены мои коллегой С.А. Чернышевым (ЦАГИ) с использованием in-house кода на основе данных нестационарных расчетов.
- Представлено сравнений расчетов направленности по разным методам:



Расчет спектра на 87 градусах

- Сравнивается Эйлеровский расчет и расчет по уравнениям Навье-Стокса. CN-2 и CN-3 практически совпадают
- Видно, что вязкий расчет дает значительно более низкие значения широкополосного шума, в то время как значения пиков тонального шума полностью совпадают.



- 1 Имеющийся невязкий код для расчета обтекания сложных винтовых конфигураций обобщен на решение уравнений Навье-Стокса вязкого газа
- 2 Описаны особенности дискретизации потоков на границах областей
- 3 В качестве примера рассмотрена задача расчета шума 8-лопастного тематического винта.
- 4 Показано, что использование уравнений вязкого газа приводит к заметному снижению значений широкополосного шума.
- 5 В дальнейшем планируется улучшение параллельной реализации расчета потоков на границах вращающихся областей, а также переход к схемам 3 и выше порядка аппроксимации.

