

ТЕОРИЯ ЛАЙТХИЛЛА И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ШУМООБРАЗОВАНИЯ В ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЯХ.

С.Ю. Крашенинников, А.К.Миронов,
*Центральный Институт Авиационного
Моторостроения, г. Москва,
krashenin@ciam.ru*

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ТЕОРИИ ЛАЙТХИЛЛА

Система уравнений Навье-Стокса преобразуется таким образом, что для пульсаций плотности в акустическом поле получается волновое уравнение. Здесь

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

$$T_{ij} = \rho_0 u_i u_j + P_{ij} - a^2 \rho \delta_{ij}, \quad P_{ij} = p \delta_{ij} + \eta \left[-\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right]$$

Существенно, что при получении этого соотношения принимаются условия

$$(\rho - \rho_0) / \rho_0 \ll 1 \quad a = a_0 \quad \text{то-есть} \quad M \ll 1$$

Постановка задачи исходит из того, что от некоторой ограниченной возмущенной области распространяются акустические возмущения

В соответствии с решением уравнения, **поток энергии** в распространяющихся акустических возмущениях

$$I(\vec{x}) = \frac{1}{16\pi^2 a^5 x^2 \rho} \iint \left\langle \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T_{ij} - \langle T_{ij} \rangle) \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T'_{ij} - \langle T'_{ij} \rangle) \right] \right\rangle d\vec{y} d\vec{y}' \quad (2)$$

Это соотношение описывает акустическое излучение любого газодинамического источника возмущений, при удовлетворении перечисленных условий (Монин и Яглом, Статист. гидромех)

Следствия соотношения для $I(\vec{x})$

Применим соотношение (2) к некоторому объему с характерным размером Λ и пульсационной скоростью u

Следуя монографии [Ландау] принимаем, что каждое дифференцирование по времени в подынтегральном выражении для T_{ij} , имеющего порядок u^2 умножает этот порядок на частоту u/l . (l - характерный пространственный масштаб пульсаций)

$$\text{Т.е. } \frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij} \sim u^4 / l^2 \quad (5)$$

Если Λ - характерный размер возмущенной области, то

$$l \sim \Lambda \quad (6)$$

Используя параметры, входящие в (2), величину $I(x)$ можно представить следующим образом

$$I(x) \sim \frac{\rho^2}{\rho_0} \frac{\Lambda^6 u^8}{l^4 x^2 a^5} \sim \rho \frac{\Lambda^2 u^8}{x^2 a^5} \quad (7)$$

Λ - размер области интегрирования. (Т.е. закон u^8 является следствием соотношения (5))

Отсюда следует

$$I(x) \sim \rho \frac{\Lambda^2}{x^2} u^3 M^5 \quad (8)$$

Применительно к струйному течению предполагаем, что
его структура не зависит от скорости, тогда:

Мощность излучения

- Полная мощность излучения струи

- $$W_{ak} = \int I ds \approx I_{срeдн} x^2$$

- её величина по (8)
$$W_{ak} \approx \rho M^5 u^3 \Lambda^2$$

- Используя соображения размерности при определении акустической мощности струи W_{ak} , можем ввести понятие **акустомеханического КПД**:

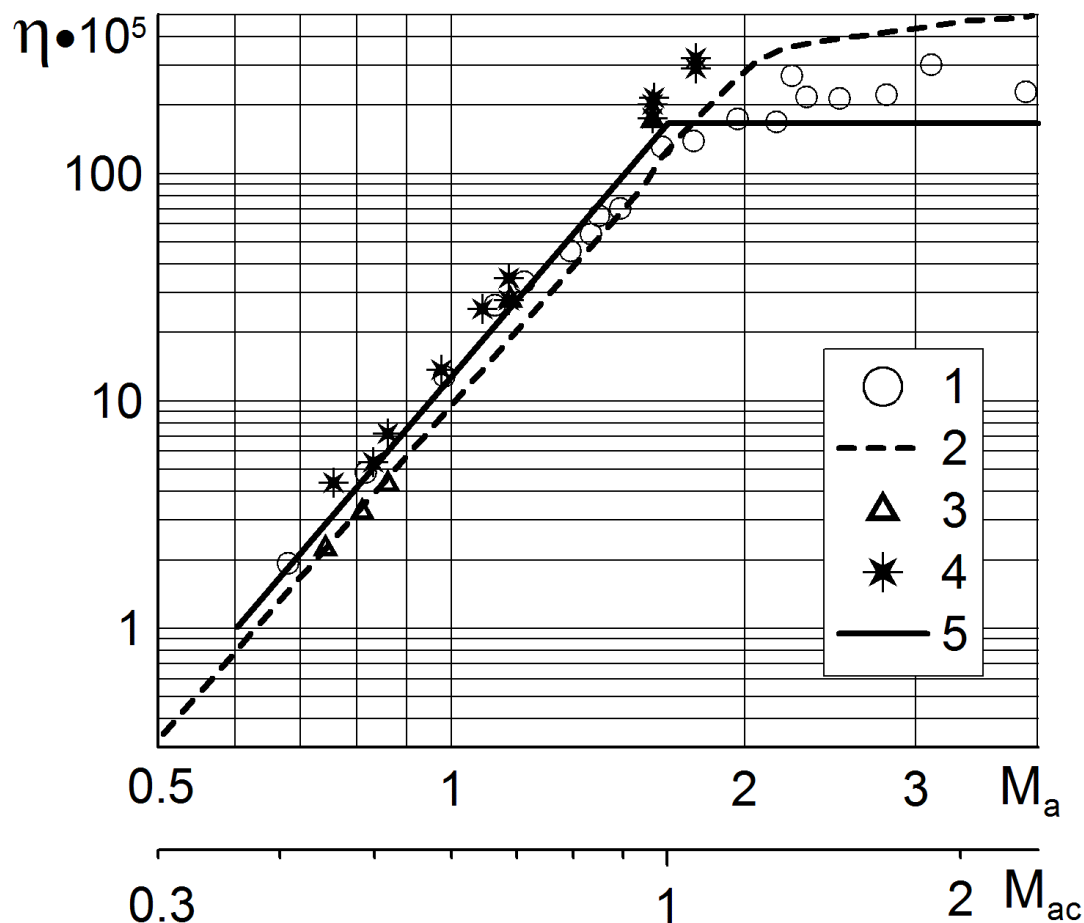
- $\eta = W_{ak}/W$,

- где $W = u_0^3 F / 2$, u_0 - скорость истечения струи, ρ - плотность, F - площадь сечения сопла, из которого распространяется струя.

- Если принять, что характерная скорость пульсационного движения u пропорциональна u_0 , а $\Lambda^2 \sim F$, то $W_{ak} = \eta W$ и $\eta \sim M_{ak}^5$

- $W_{ak} = \eta W$ и $\eta \sim M_{ak}^5$

Акустомеханический к.п.д. осесимметричных струй.



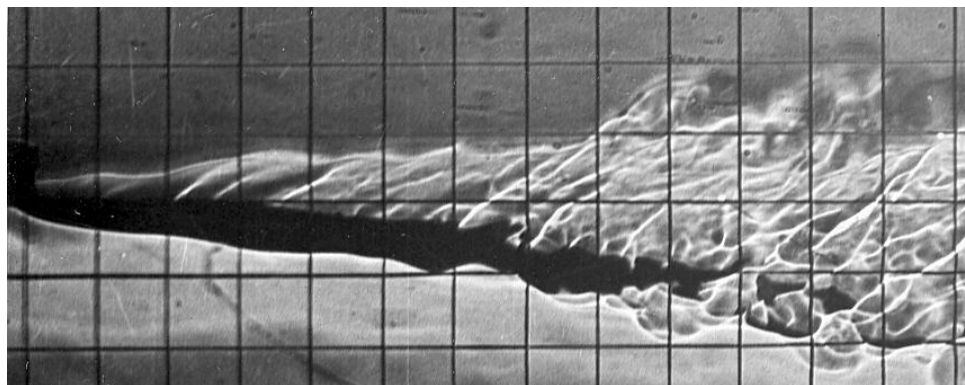
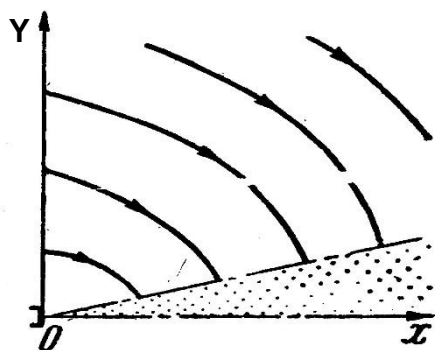
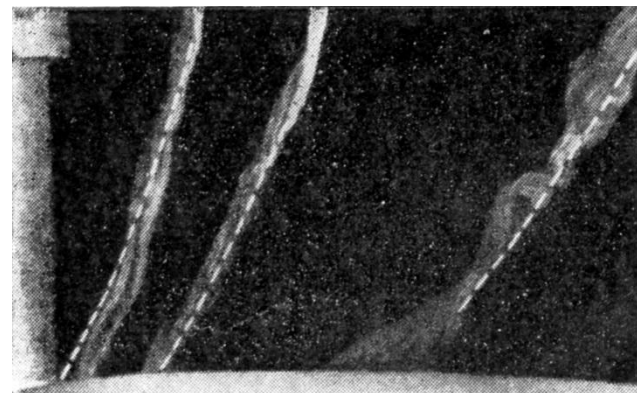
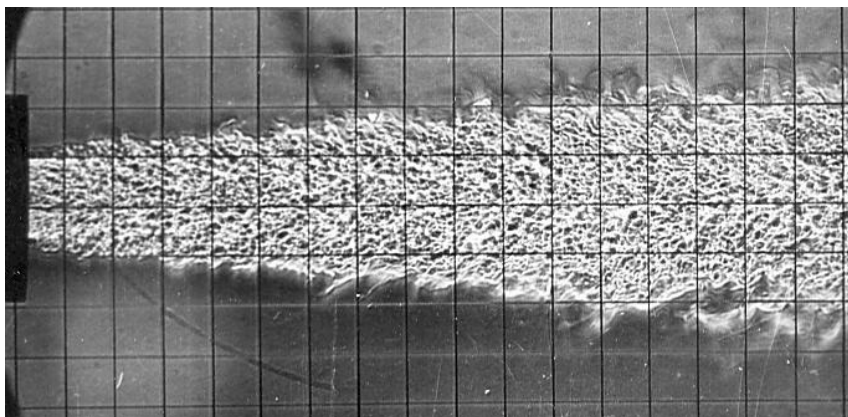
1 - [Simcox C. D, 1971], 2 -
[Мунин А.Г и др, 1981], 3 -
[SAE, 1975], 4 -
[Krashennnikov, Mironov,
2006],
5 - $\eta \sim M$ и $\eta = \text{const}$.

ОСОБЕННОСТЬЮ ЭТИХ
ДАННЫХ ЯВЛЯЕТСЯ ТО,
ЧТО ОНИ ПОЛУЧЕНЫ ПРИ
БОЛЬШИХ M и для
НАГРЕТЫХ СТРУЙ.

ВОПРОС: ПОЧЕМУ ФОРМУЛА
ЛАЙТХИЛЛА ОКАЗЫВАЕТСЯ
ПРИГОДНОЙ?

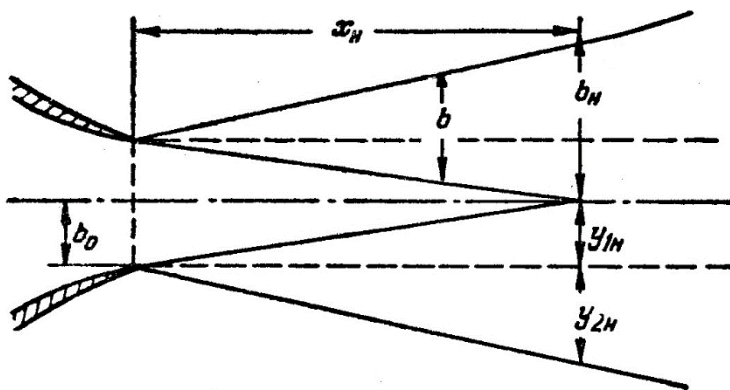
Т.е. акустическая мощность $W_{ak} \propto 10^{-4} W_{kin} M_a^5$

Турбулентная струя и втекание в струю



Итоговые представления о турбулентных струях 1960 – 1990гг

- Схема течения в струе
- Г.Н.Абрамович, 1960



$$b = 0.27 x, \quad y_1 = 0.11 x \\ y_2 = 0.16 x$$

Ближнее акустическое поле

1. Находится вне обозначенных границ струи
2. Через него распространяется шум струи
3. За его пределами диаграмма направленности сохраняет свою конфигурацию

В.М.Кузнецов и др., 1981

Результаты настоящего исследования показывают, что акустическое излучение струи создается нестационарным движением среды вне общепринятых её границ, т.е. шум струи возникает в области, традиционно называемой «ближним полем».

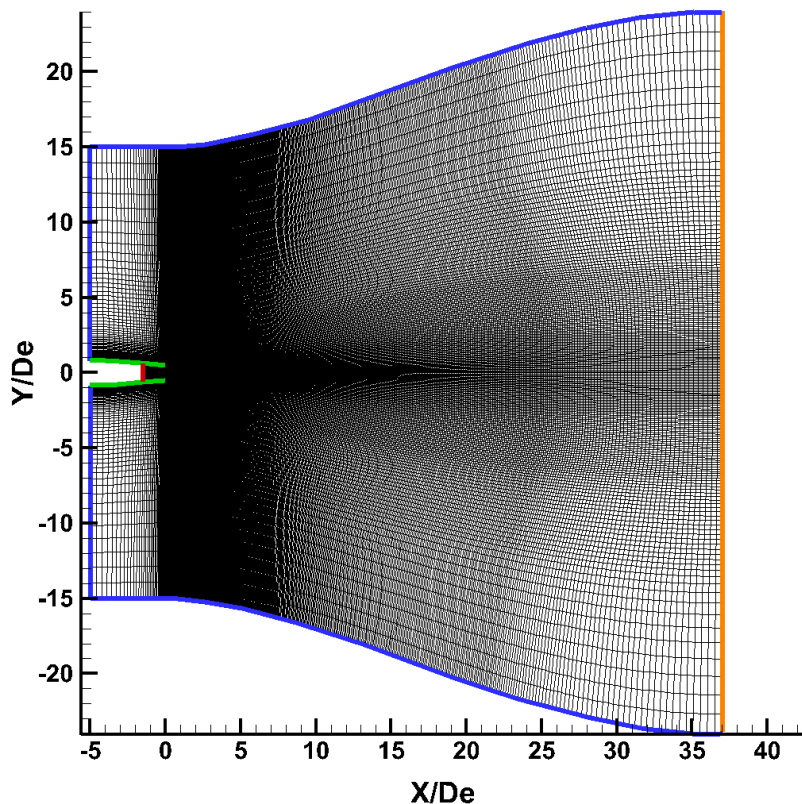
Для численного моделирования был использован **RANS/ILES-метод высокого разрешения** [Любимов Д.А., ТВТ, 2012, Т.50, №3, С.450-466].

Постановка задачи

Граничные условия:

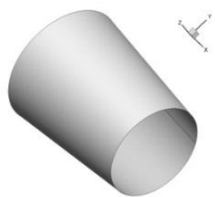
- На входе в сопло задаются полное давление и полная температура, а также угол наклона вектора скорости.
- На внешней границе асимптотика дальнего поля струи
- На стенках сопла «закон стенки»/прилипание
- В выходном сечении – фиксировалось статическое давление, остальные параметры течения сносились изнутри расчетной области.

Расчетная сетка состоит из 3.0×10^6 ячеек. Шаг по времени Δt составлял 1×10^{-4} с.



Продольное сечение расчетной сетки

Режимные параметры



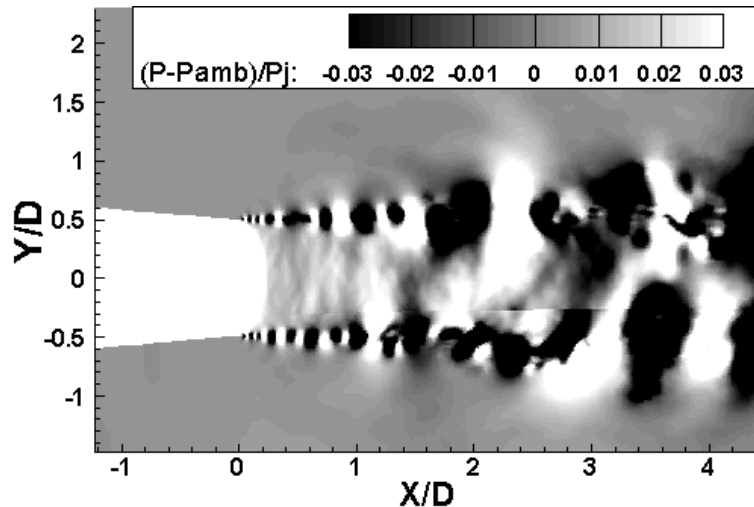
сопло
SMC000

	П - сопла	M_j	M_a	U_j , м/с	$Re \times 10^{-6}$
Вариант 1	1.86	0.985	0.9	312.5	1.2 ₈
Вариант 2	1.3	0.624	0.6	208.6	

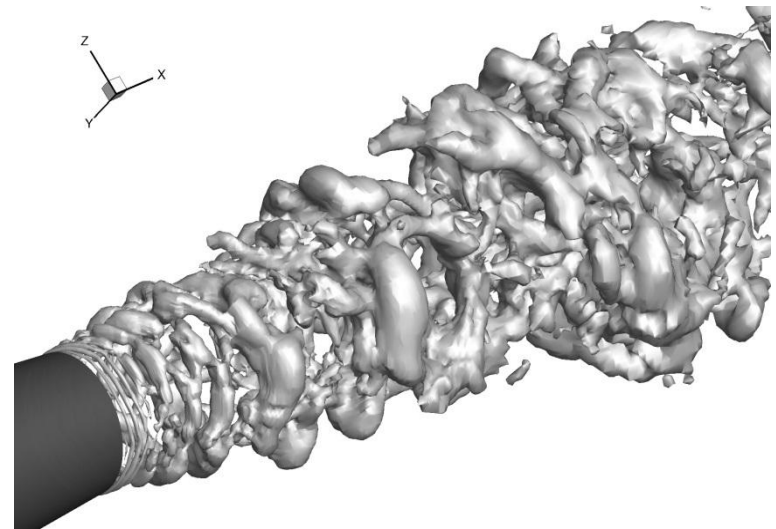
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В СЛОЕ СМЕШЕНИЯ

Результаты расчетов течения в струе в виде визуализации «мгновенных» значений параметров и прежде всего статического давления позволили получить новые представления о свойствах течения

Известно, что в средней части слоя смешения имеется разрежение, средняя величина которого 3-4% от скоростного напора струи. Оно обусловлено пульсационным движением и согласно Таунсенду. $p = p_0 - \rho \langle v'^2 \rangle$ Но в областях «внутри турбулентной жидкости», движение которой создает эффект перемежаемости, разрежение составляет до 20% от скоростного напора



Мгновенное поле давления для струи с $U_j = 313$ м/с в плоскости симметрии
Видно проявление периодичности

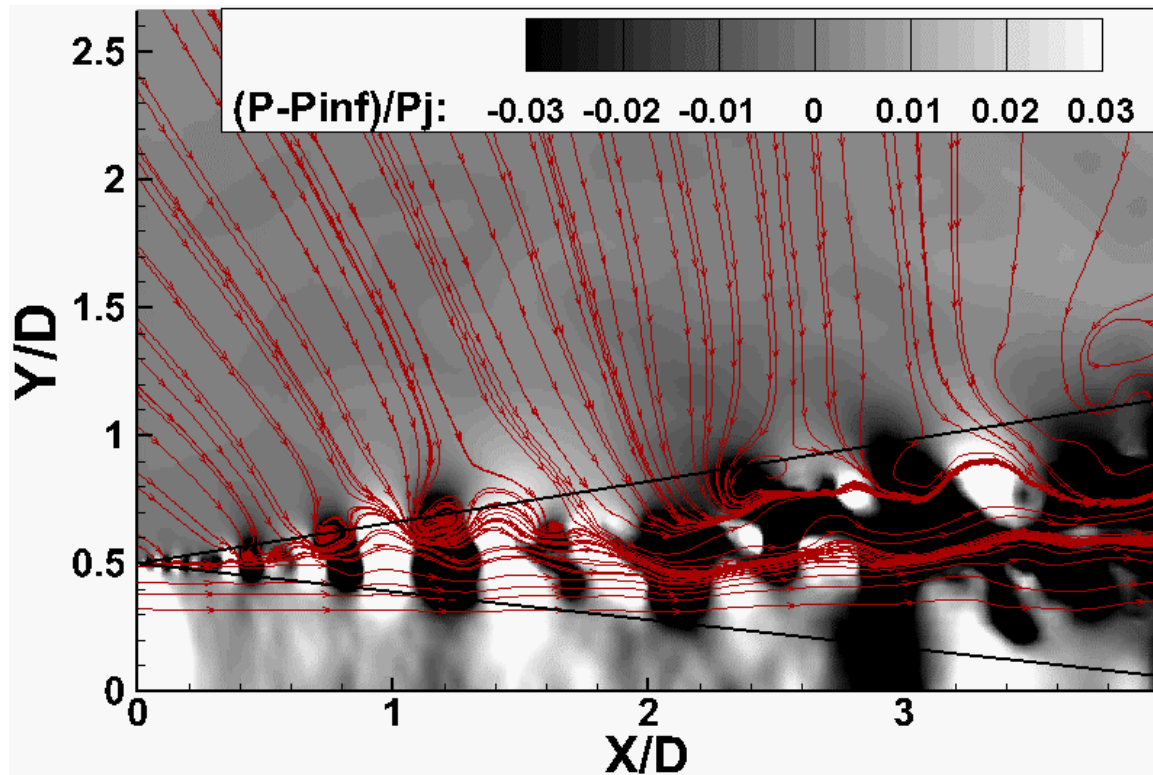


Изоповерхности мгновенного значения статического давления $P = P_{amb} - 0.03 \rho U_j^2 / 2$

Структура течения в зоне смешения в начальном участке струи



Результаты расчетов мгновенного поля давления и линий тока в слое смешения и в окружающем пространстве

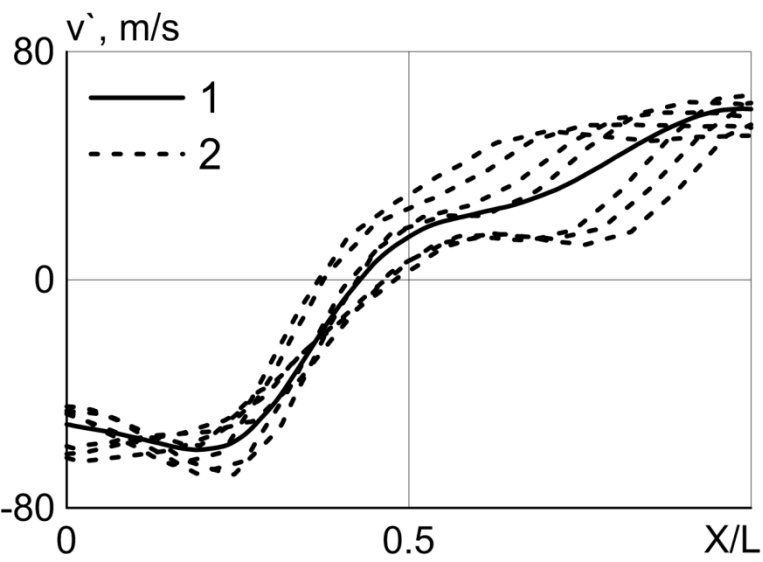
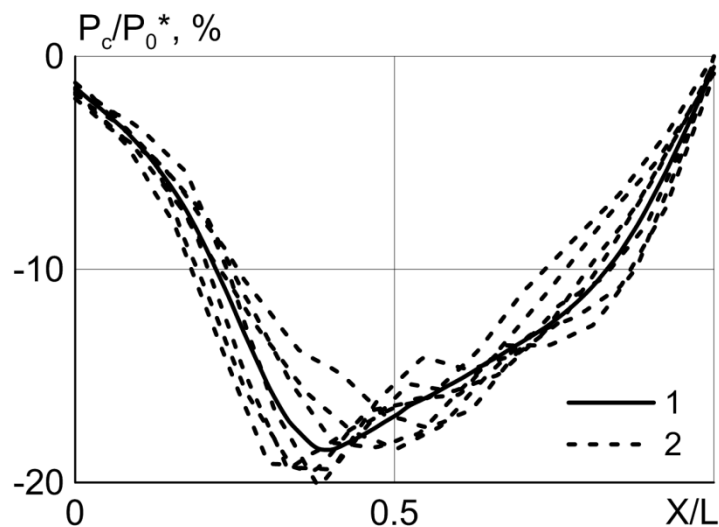


При подтекании внешней среды к струе она вовлекается в области пониженного давления. Из-за чередования этих областей, их движения в продольном направлении, часть потока тормозится и возникают области повышенного давления

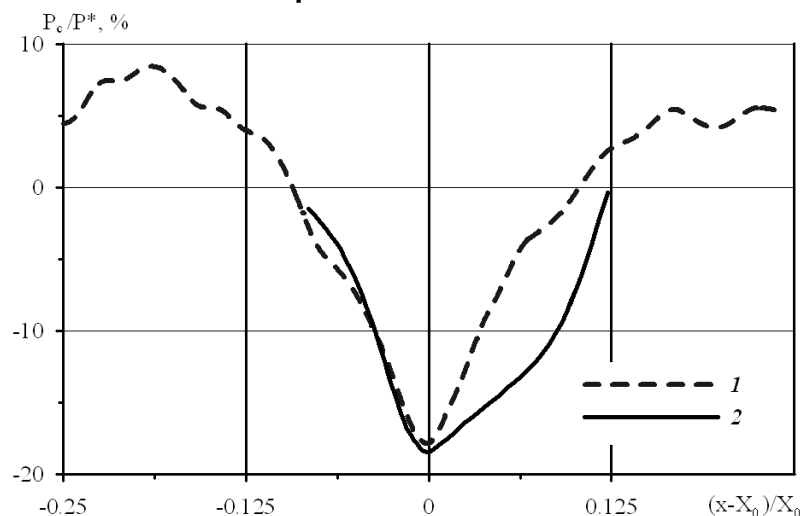
- Линии тока внешней среды огибают области повышенного давления и заканчиваются в областях пониженного давления.
- Ответственным за вовлечение внешней среды в струю является разрежение, которое возникает в «турбулентной жидкости»

Анализ распределения параметров в движущихся областях пониженного давления («мгновенные» картины)

Численный расчет

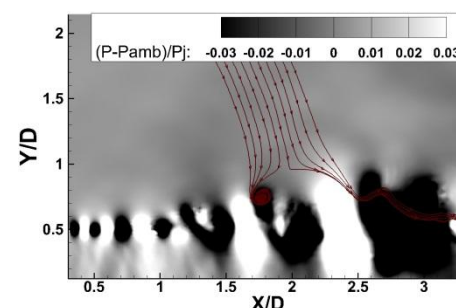
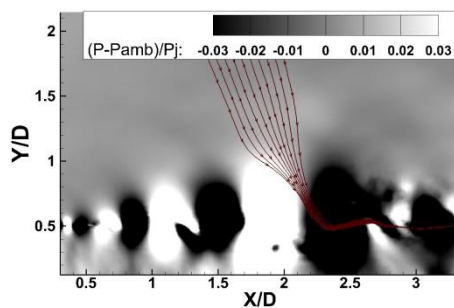
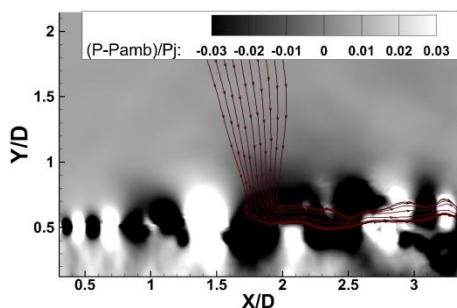
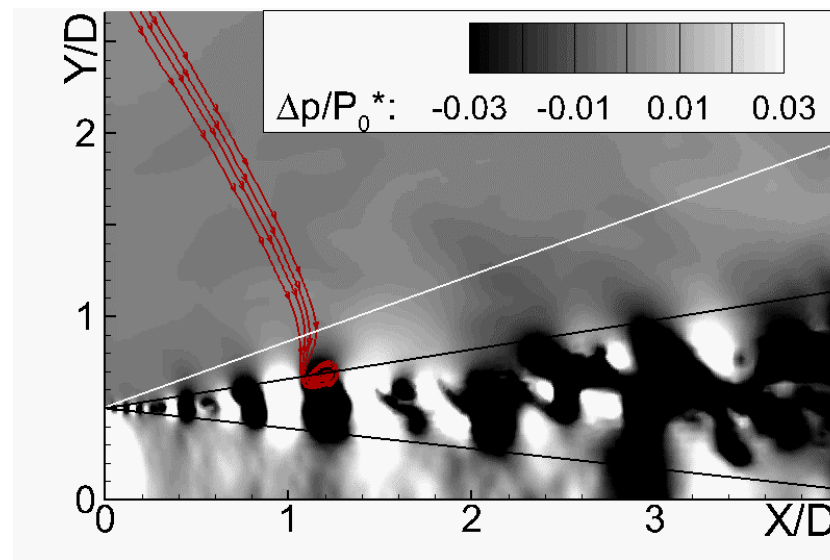
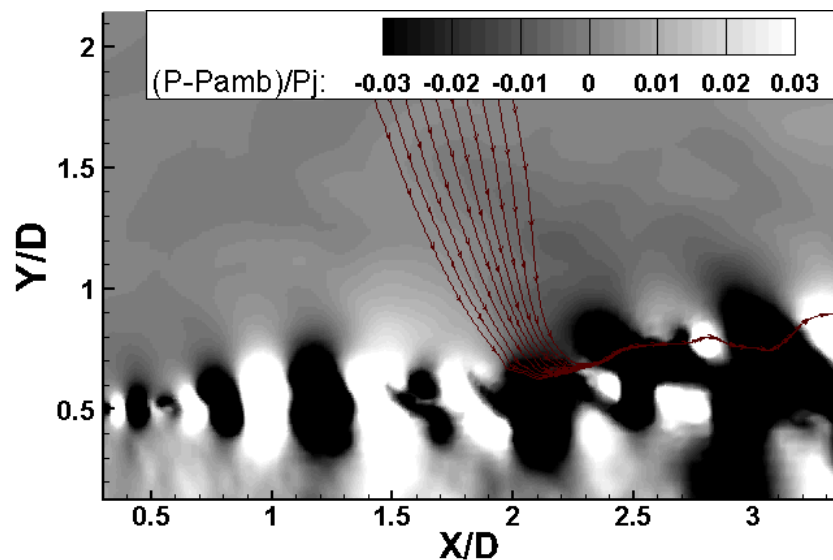


Эксперимент



Абсолютная величина максимального разрежения (20%) была подтверждена результатами специально проведенных экспериментов, в которых использовался быстродействующий насадок статического давления с датчиком давления Endevco 8507.

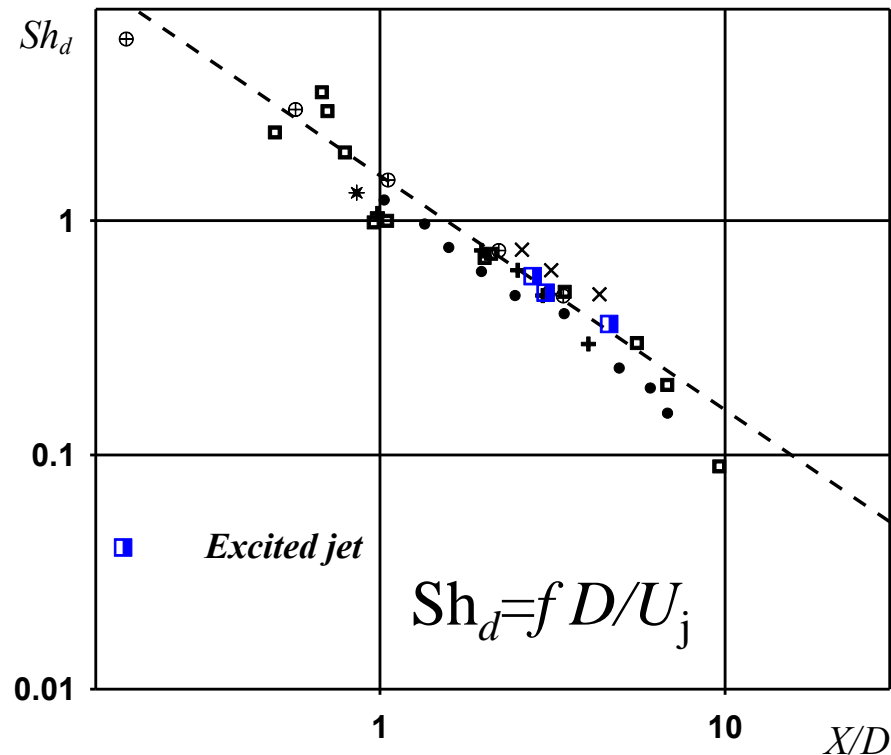
Периодическое движение линий тока внешней среды



- Линии тока внешней среды огибают области повышенного давления и заканчиваются в областях пониженного давления.
- Ответственным за вовлечение внешней среды в струю является разрежение, которое возникает в «турбулентной жидкости»

ФОРМИРОВАНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Известные данные по определению положения источников звука в слое смешения для разных частот



Период следования

$$1/f = U_c / L$$

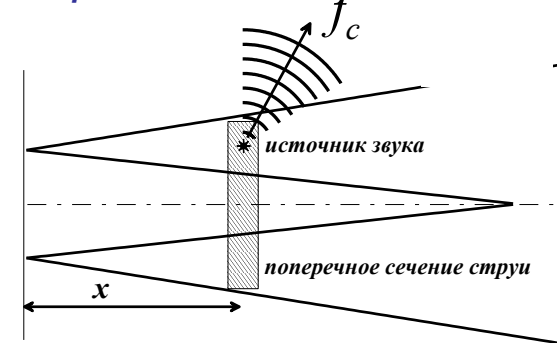
Скорость конвекции в струе

$$U_c = 0.5 - 0.6 U_j$$

Длина волны

$$\Lambda = a / f = (a / U_c) L$$

L - продольный масштаб



Осевые координаты поперечных сечений струи для конкретных звуковых частот по результатам определения положения источников звука в струе:

$$X \approx 1.55 D / Sh_d$$

ПОЛУЧЕННЫЕ В РАСЧЕТАХ ДАННЫЕ ПОЛНОСТЬЮ СОВПАДАЮТ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Выделение и анализ периодических процессов

Дискретное преобразование Фурье полей

«мгновенных» значений статического давления

в турбулентной струе

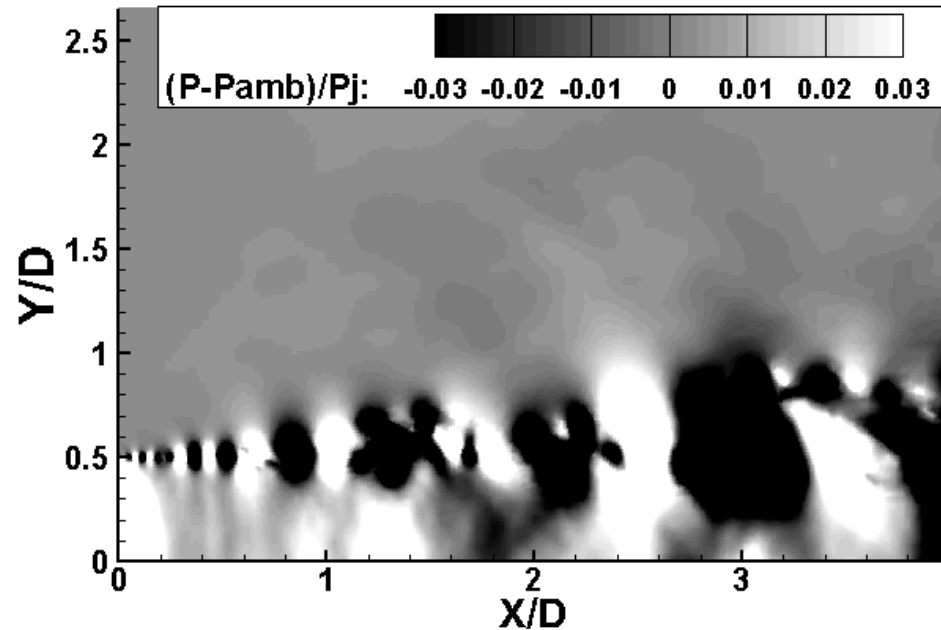
- для каждой точки для шага по времени t_n можно построить дискретное преобразование Фурье (ДПФ):

$$X_{i,j}(k) = \sum_{l=n}^{n+\Delta n} P_{i,j}(t_l) e^{-i \frac{2\pi}{T} k(l-n)}$$

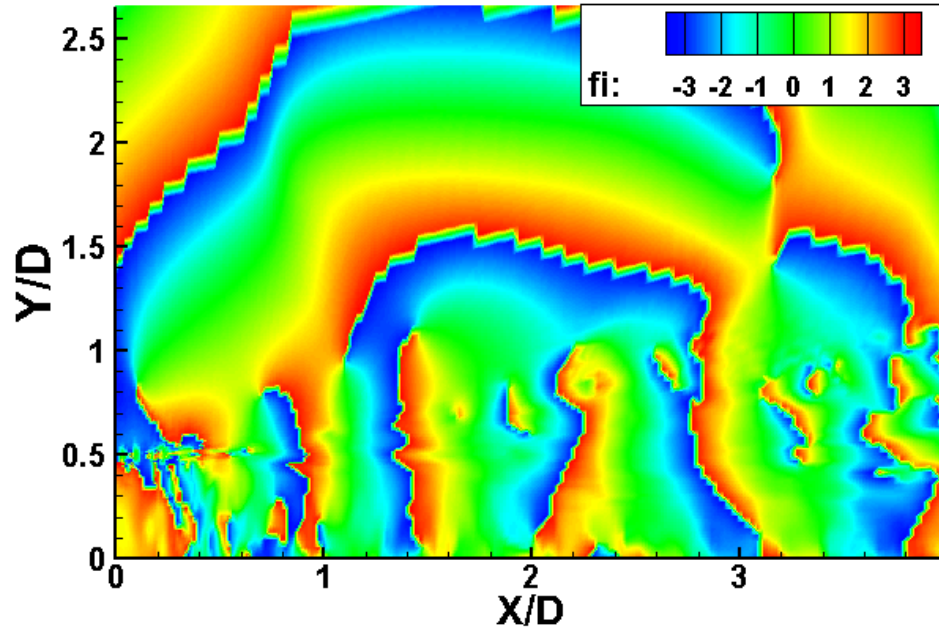
- $k = 0, \dots, \Delta n - 1$
- k – индекс частоты;
- l – номер шага по времени;
- Δn – количество обрабатываемых шагов по времени;
- $T = \Delta n \cdot \Delta \tau$ – длина исследуемого отрезка времени;
- $X_{i,j}(k)$ – набор комплексных амплитуд синусоидальных сигналов;
- $\arg(X_{i,j}(k))$ – фаза k -го синусоидального сигнала.

Результаты обработки численных расчетов течения в свободной струе. Фазовый анализ

Анимация статического давления



Анимация фазы излучения $Sh=1$ 156 Гц

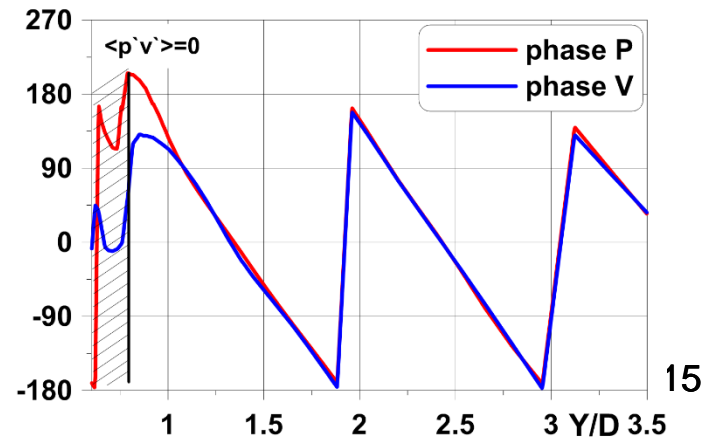


Ширина слоя смешения

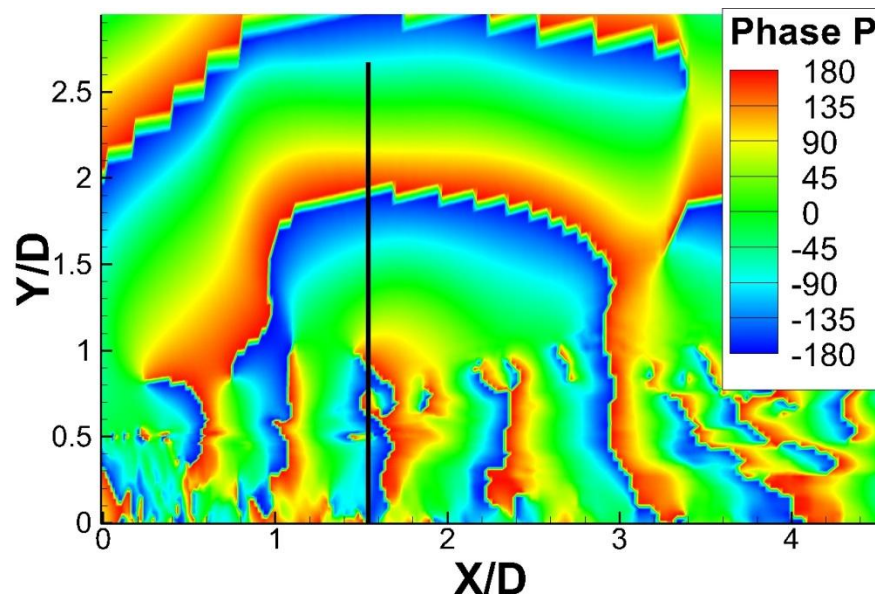
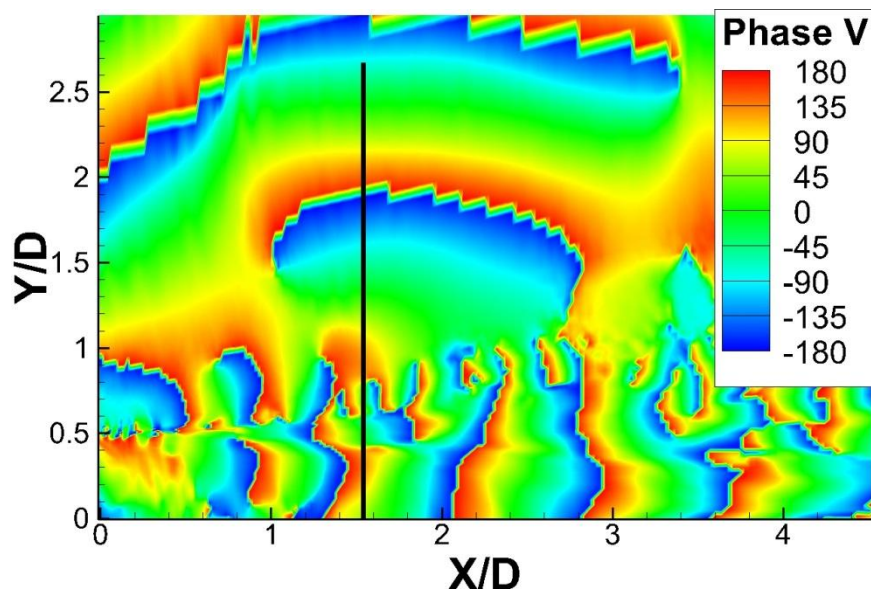
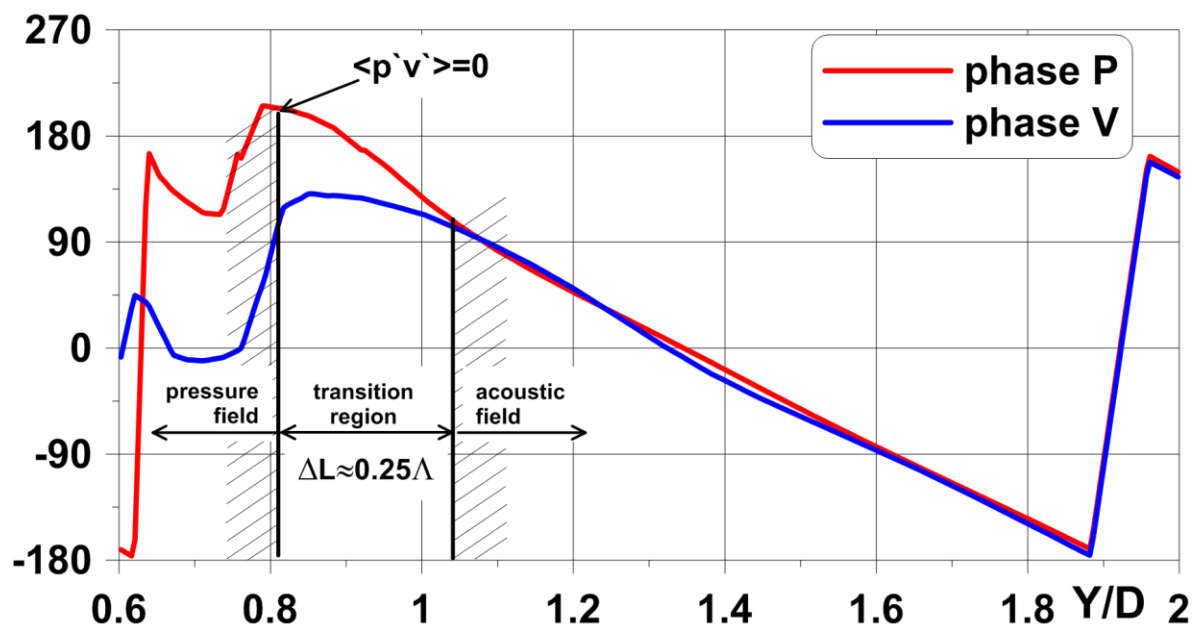
$$b = 0.27x$$

Продольный размер неоднородностей

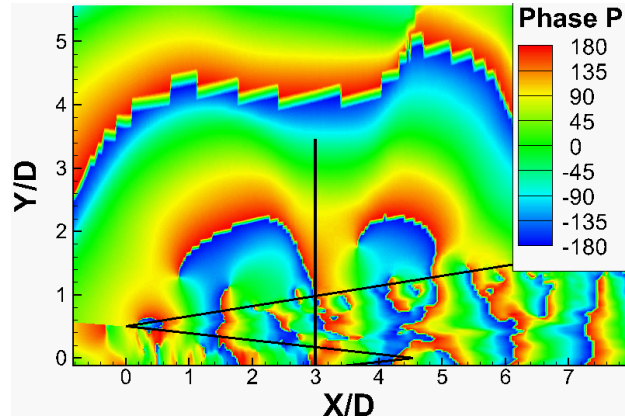
$$L = 0.385x$$



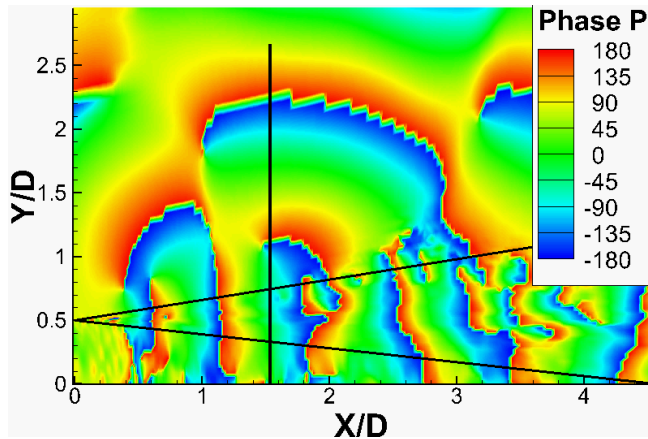
Различные зоны пульсаций



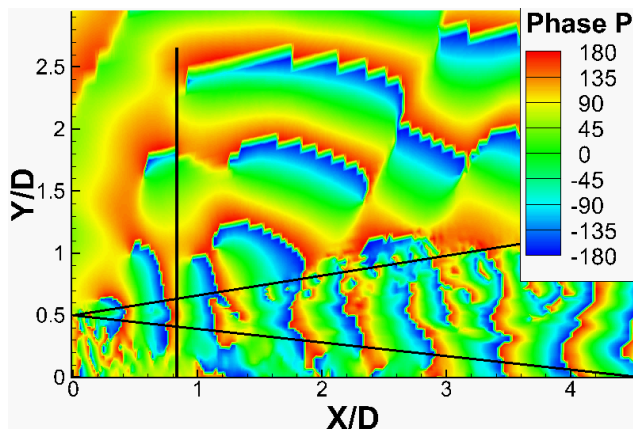
Фаза пульсаций давления и скорости на частотах $Sh=0.5, 1$ и 1.5



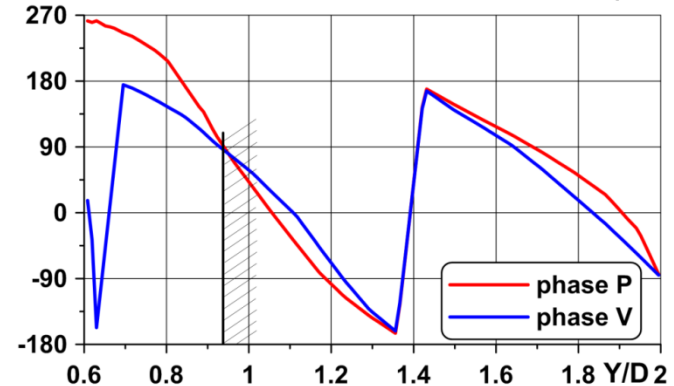
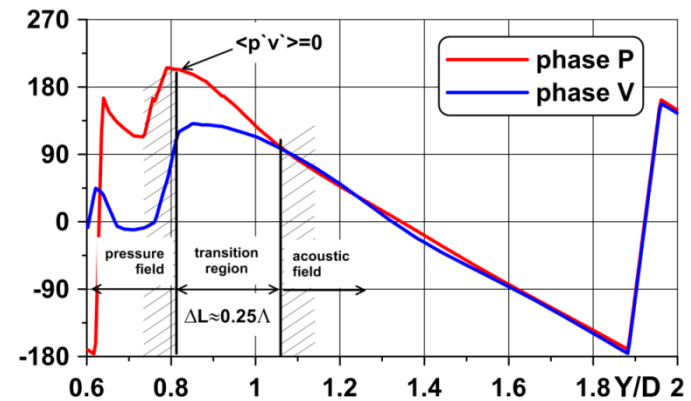
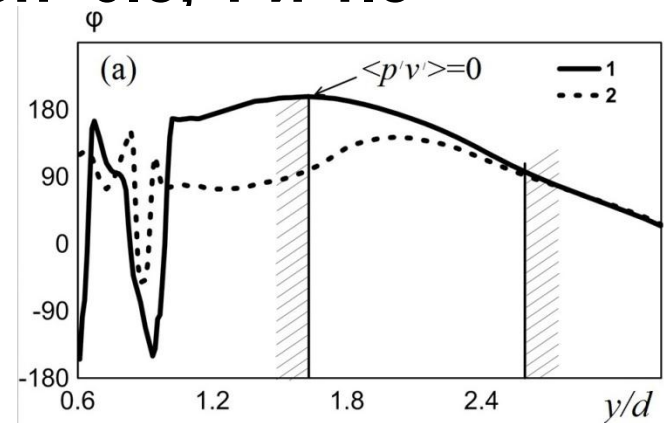
$St=0.5$



$St=1$

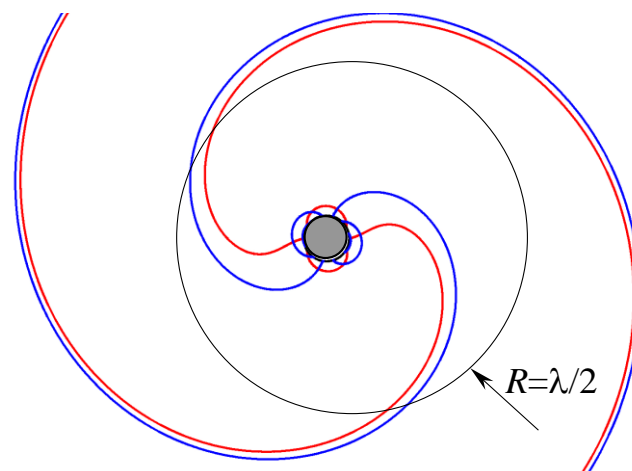
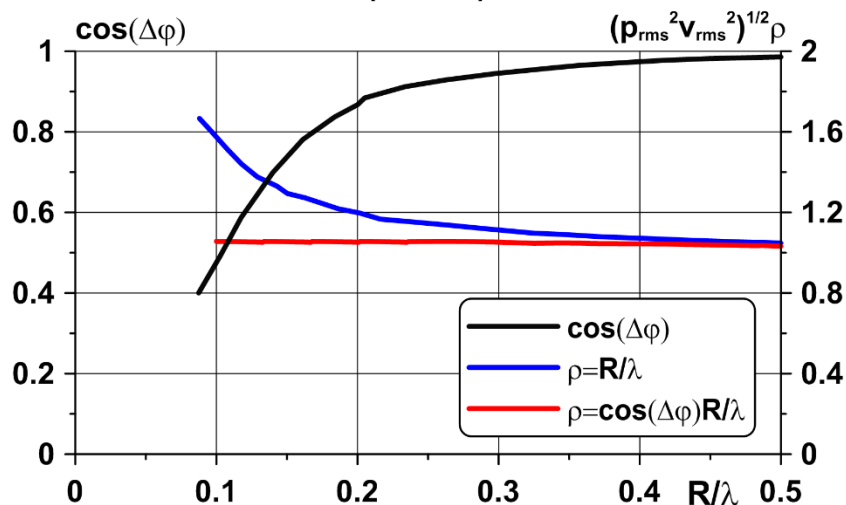
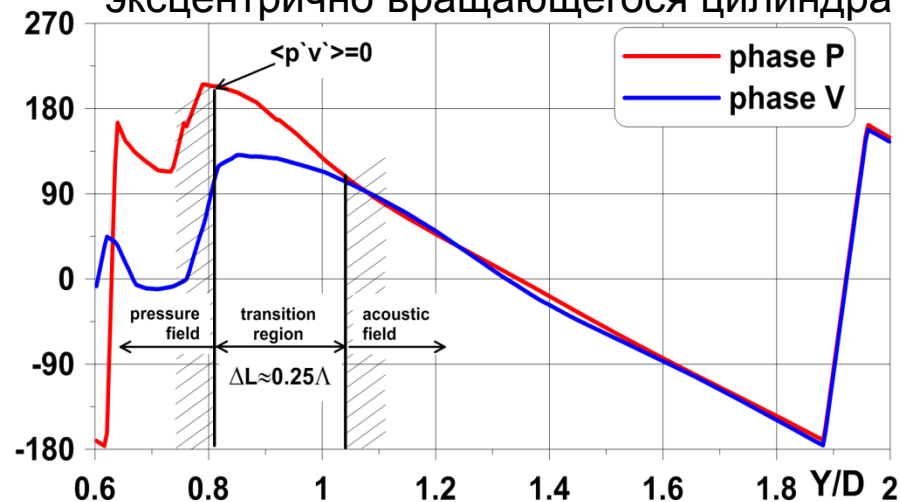
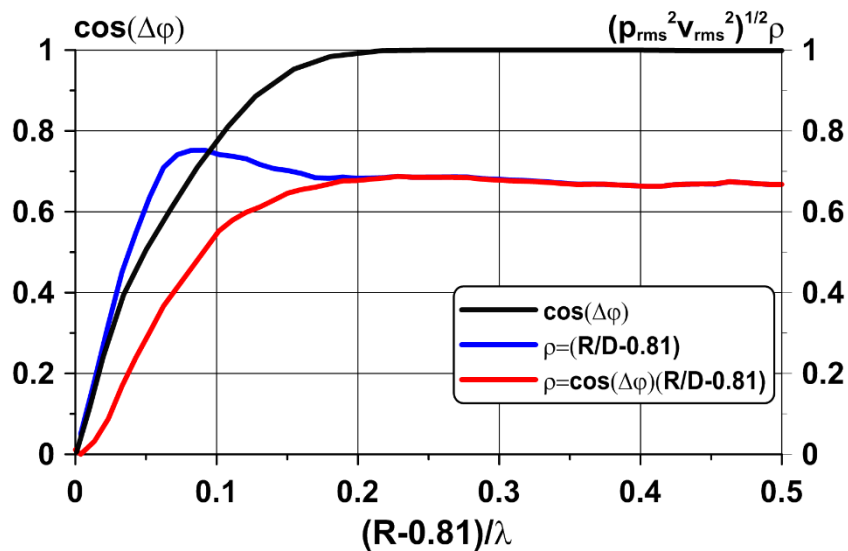


$St=1.5$

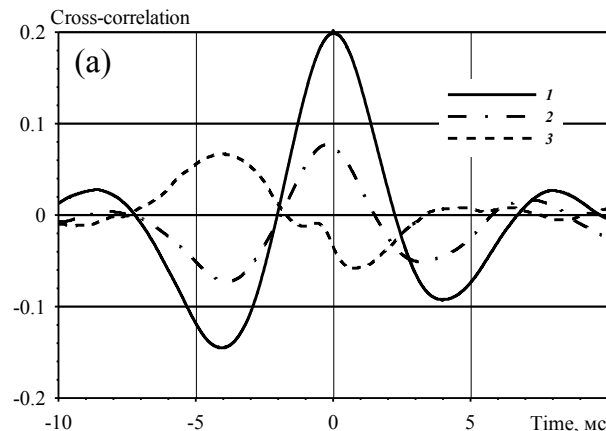
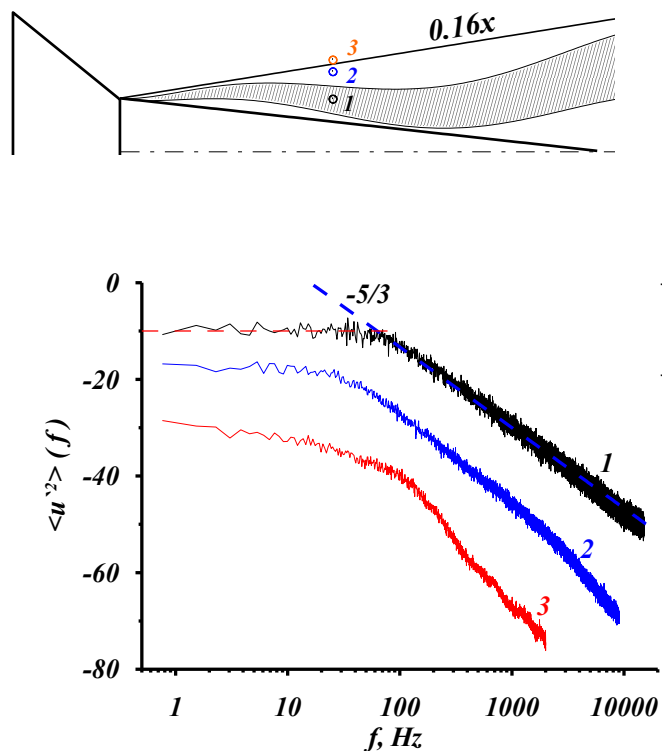


Изменение фазы пульсаций скорости и давления с удалением от «центра» источника

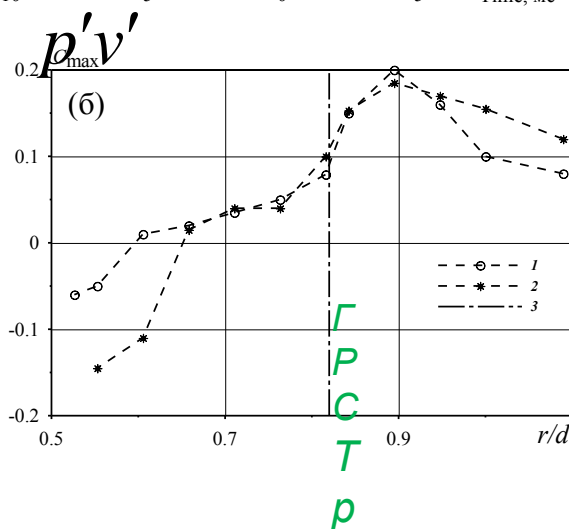
Сравнение данных для струи и эксцентрично вращающегося цилиндра



тока внешней среды проявляется в корреляции пульсаций скорости и давления вне границ струи



Взаимные корреляции пульсаций давления в середине слоя смешения и продольной скорости. 1 – $r/d=0.9$, 2 – $r/d=0.82$, 3 – $r/d=0.53$



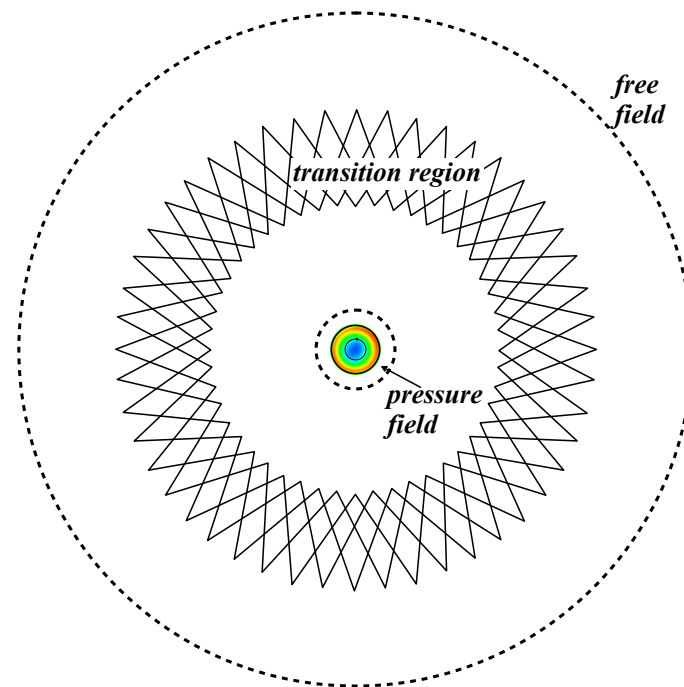
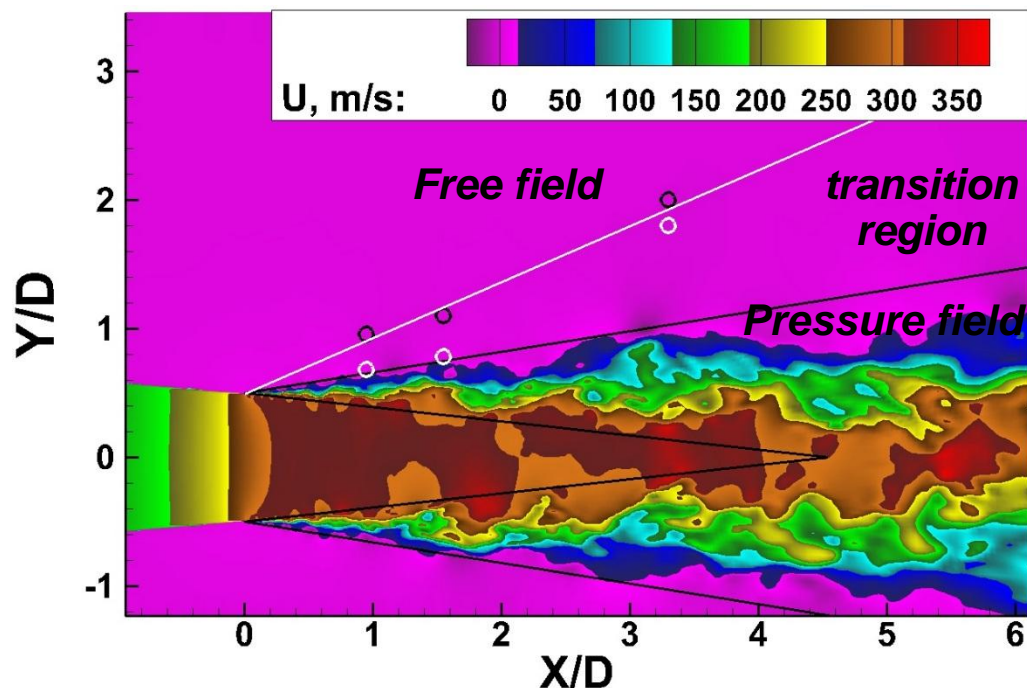
Зависимость значения максимума корреляции $p'v'$ от расстояния до оси струи, 1 – u , 2 – v , 3 – w в ГРСТр

- Ответственным за вовлечение внешней среды в струю является разрежение, которое возникает в «турбулентной жидкости»
- Высокая степень скоррелированности пульсаций скорости и давления подтверждает, что вне струи происходит «энергетическая подпитка» пульсаций ,

Границы областей шумообразования в струях

СВОБОДНАЯ СТРУЯ

ЗАКРУЧЕННАЯ СТРУЯ



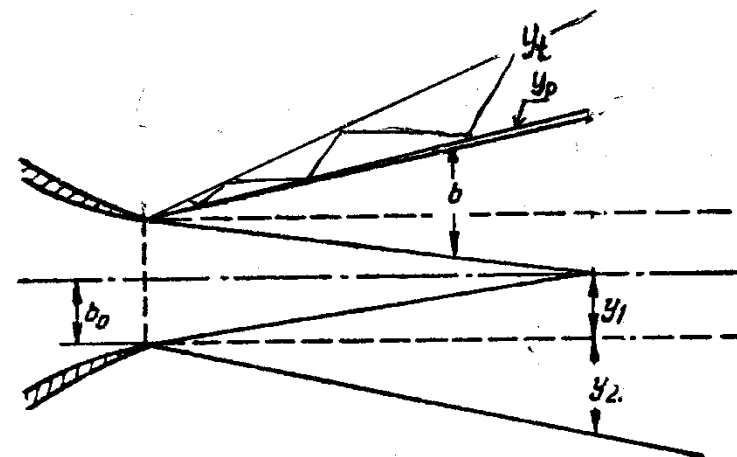
Pressure field Пульсации давления, создаваемые перемежаемостью или прецессией, которые определяют период этих пульсации. Акустические возмущения не проявляются

transition region Область образования акустических возмущений

Free field Свободное поле распространения акустических волн

Характерные размеры областей, положение их границ

- Результаты проведенного анализа указывают на существование конкретной области, где происходит образование акустических возмущений, находящейся вне струйного течения, как в случае закрученной, так и обычной струи. Это позволяет дополнить схему течения Г.Н. Абрамовича
- Наряду со старыми границами слоя смещения $y_1 \cong 0.11x$ и $y_2 \cong 0.16x$ появились две вновь установленные границы: граница области пульсаций давления со свойствами несжимаемой жидкости, в которой не обнаруживаются акустические пульсации $y_p \cong (0.17 \div 0.18)x$. За этой областью следует область формирования акустических возмущений, она находится между границами y_t и y_p . За границей y_t находится область, которую можно назвать свободным акустическим полем, от границы y_t распространяются чисто акустические возмущения. Но положение этой границы зависит от скорости истечения струи. Это обусловлено тем, что, согласно полученным данным по расчёту акустического излучения струи и экспериментальным данным для закрученной струи, поперечный размер этой области



$$b = 0.27 x, \quad y_1 = 0.11x$$

$$y_2 = 0.16x$$

$$y_p = (0.17 \div 0.18)x \leq y_2$$

$$y_t - y_p = \Delta y_{tp} \leq \Lambda / 4$$

- где Λ – длина волны излучения, т.е. положение границы y_t зависит от числа Маха

$$\Lambda = L / M_a \quad L \leq 0.385x$$

$$\Delta y_{tp} \approx 0.095 / M_a$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- В результате исследования и вычислительного моделирования турбулентного течения в струях получена визуализация нестационарных процессов в струях и их окрестности и **определены основные свойства процесса шумообразования**
- Полученные данные о процессе шумообразования турбулентных струй соответствуют идее Лайтхилла: «Турбулентные струи создают возмущения в окружающей среде, которые превращаются в звуковые волны»
- Это превращение происходит на некотором (меньшем, чем длина волны) расстоянии от источника возмущений
- Первоначально, из-за перемежаемости турбулентности, в струе возникает нестационарное движение областей пониженного давления. Квазипериодическое движение этих областей, втягивающих в себя внешнюю среду, вызывает возмущения в движении эжектируемого потока. И уже эти возмущения превращаются в акустические, которые получают энергию из внешнего потока
- Эти звуковые волны не являются шумом, создаваемым турбулентностью. Они являются следствием крупномасштабных динамических процессов, происходящих в слое смешения.
- Рассмотренные динамические процессы, по видимому, имеют предысторию, обусловленную потерей устойчивости течения с тангенциальным разрывом.

О шуме, создаваемом турбулентностью

Анализ работы Чжена и Коважного

Эффекты первого и второго порядка малости для слабых динамических возмущений в вязком газе

А.С.Монин и А.М.Яглом «Статистическая гидромеханика», т. I, стр.76. (Наука, Москва, 1965)

Взаимодействие	Порождение		
	акустической компоненты	вихревой компоненты	энтропийной компоненты
акустической компоненты с акустической	$O(1)$ «рассеяние звука на звуке» и «нелинейное искажение акустических волн»	$O()$	$O()$
вихревой компоненты с вихревой	$O(1)$ «порождение звука вихревым движением»	$O(1)$ «растяжение вихревых трубок», или иначе «инерционный перенос завихренности вихревым полем скорости»	
энтропийной компоненты с энтропийной	$O()$	$O()$	$O()$
акустические компоненты с вихревой	$O(1)$ «рассеяние звука на вихревых неоднородностях поля скорости»	$O(1)$ «перенос завихренности акустическими волнами»	$O()$
акустический компоненты с энтропийной	$O(1)$ «рассеяние звука на неоднородностях поля температуры»	$O(1)$ «порождение завихренности взаимодействием градиентов энтропии и давления» (эффект Бьеркнеса)	$O(1)$ «перенос тепла акустическими волнами»
вихревые компоненты с энтропийной	$O()$	$O()$	$O()$ «перенос тепла вихревым движением»

Известные данные по определению акустического излучения турбулентными пульсациями скорости для изотропной турбулентности

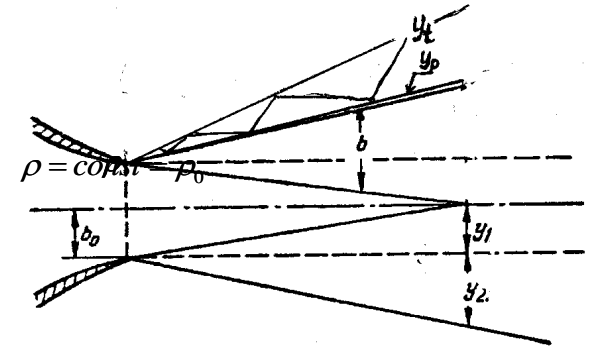
- Оценка эффекта порождения акустических возмущений турбулентностью.
- По «Статистическая гидромеханика» т.2, А.С.Монин, А.М. Яглом, 1967г
- Согласно работам Праудмена (1952) и Лайтхилла (1954)
- Образование звуковых волн турбулентными пульсациями скорости
- является частью процесса диссипации энергии турбулентности и связано
- со сжимаемостью среды.
- Диссипация энергии турбулентности за счет вязкости.
$$e_v = \frac{d}{dt} \left(\frac{3u'^2}{2} \right) = - \frac{D\nu u'^2}{\lambda^2}$$
- здесь D -к-т, λ –микромасштаб
- Диссипация за счет акустики
$$e_a = Ae_v M_t^5$$
- здесь A к-т
- Отсюда следует, что мощность акустического излучения единицы объема
$$e_a = \frac{D\nu u'^2}{\lambda^2} AM_t^5$$
- Значения коэффициентов: $D \div 15$, $A \div 40$
- Согласно исследованиям Мюллера и Матшата (1958) значение коэффициента A слабо меняется при изменении числа Рейнольдса
- оценочные расчеты по представленным соотношениям для излучающего участка струи () показывают значение акустической мощности на уровне
- $W_{ak} \propto \eta_\nu W_{kin} M^5$ при значении $\eta_\nu \propto 10^{-(4 \div 6)}$, но характерные линейные масштабы на два порядка меньше, а частоты на два порядка больше, чем наблюдаемые

Соответствие теории Лайтхилла

- Основное соотношение для интенсивности звуковой волны

$$I(x) = \frac{1}{16\pi^2 a^5 x^2 \rho} \iint \left\langle \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T_{ij} - \langle T_{ij} \rangle) \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T'_{ij} - \langle T'_{ij} \rangle) \right] \right\rangle dy dy'$$

$$T_{ij}(y) = \rho u_i u_j + P_{ij} - a^2 \rho \delta_{ij}, \quad P_{ij} = p \delta_{ij} + \eta \left[-\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right]$$



Обычно принимается $T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j$

В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДСТАВЛЕННЫМИ ДАННЫМ ИНТЕГРИРОВАНИЕ МОЖЕТ ОХВАТЫВАТЬ ТОЛЬКО ОБЛАСТЬ, ЗАКЛЮЧЁННУЮ МЕЖДУ ГРАНИЦЕЙ СТРУИ И ВНЕШНЕЙ ГРАНИЦЕЙ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ y_t

$$b = 0.27 x, \quad y_1 = 0.11 x, \quad y_2 = 0.16 x$$

предположения теории Лайтхилла в отношении возможности использования условия $a = a_0$ и условия $\rho = \text{const} = \rho_0$ справедливы даже при высоких скоростях истечения. Это является следствием того, что акустические возмущения образуются вне струи, при низкоскоростном движении среды

Смешение струйного потока с окружающей средой вызвано эжекцией, обусловленной понижением давления в струе.

- Процессы происходящие вблизи границ турбулентной струи имеют сложный характер.
- В среднем параметры течения стационарны, как и осреднённое течения в струе. Но нестационарные процессы в струе – перемежаемость - вызывают появление нестационарных явлений вблизи её границ.
- При подтекании внешней среды к струе она вовлекается в области пониженного давления. Линии тока внешней среды огибают области повышенного давления и заканчиваются в областях пониженного давления.
- Это означает, что нет прямого смешения струи с внешней средой из – за градиента скорости и скалярных параметров, оно возникает из – за нестационарных динамических процессов обмена, создаваемых движением областей занятых турбулентной жидкостью.

Два вопроса:

1. Почему для акустомеханического КПД определяющим параметром является скорость звука во внешней среде?

Потому что звуковые волны образуются вне струи

2. Что за магическое число 1.55 в соотношении для расположения источников звука по частотам

$$X \approx 1.55D / Sh_d$$

Это связано с характерным размером областей, занятых турбулентной жидкостью в слое смешения. Это свойство перемежающейся турбулентности.

Возможно, это результат потери устойчивости слоя смешения.

Спасибо за внимание

С.Ю. Крашенинников, А.К. Миронов