

Численное моделирование истечения струи из двухконтурного сопла с помощью различных вихреразрешающих подходов на неструктурированных и структурированных сетках

С.М. Босняков¹ , А.В. Волков¹ , А.П. Дубень² , В.И. Запрягаев³ ,
Т.К. Козубская² , С.В. Михайлов¹ , А.И. Трошин¹ , В.О Цветкова²

1 - ЦАГИ,

2 - ИПМ им. М.В. Келдыша

3 - ИТП СО РАН

Навигатор

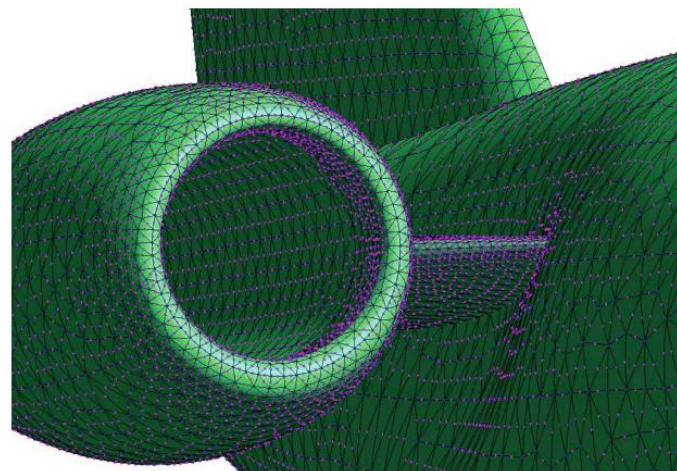
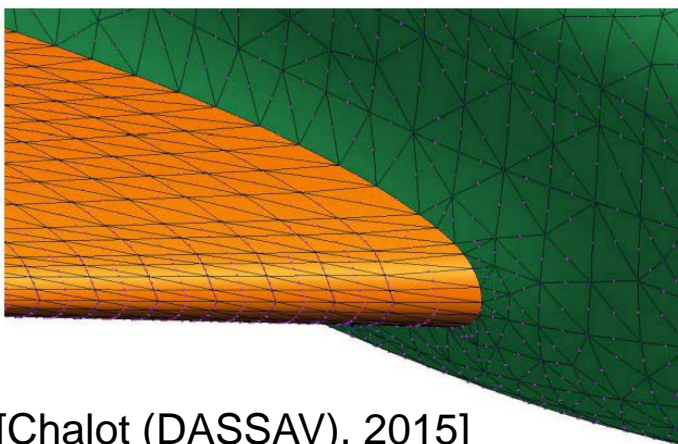
- **Мотивация**
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

Мотивация

- Реализовать не менее двух методов высокого порядка точности для расчета струй истекающих из двухконтурных сопл
- Подготовить экспериментальные данные для валидации указанных методов
- Изучить физические особенности задачи
- Выполнить сопоставления расчетных и экспериментальных данных

Методы высокого порядка точности

	Методы конечных разностей	Методы конечных объемов	Методы конечных элементов
Представители	Компактные схемы (А. И. Толстых)	WENO (С.-W. Shu), EBR (Т. К. Козубская)	Разрывный метод Галеркина (F. Bassi, S. Rebay)
Компактный шаблон	да	нет	да
Требования к сетке	жесткие: структурированные квазиравномерные	жесткие: структурированные квазиравномерные	слабые: неструктурированные, существенно неравномерные
Требования к ресурсам	низкие	средние	высокие



[Chalot (DASSAV), 2015]

Обзор работ по методу Галеркина в ЦАГИ

- **2008** С. В. Ляпунов

Диссертация «Исследование численных схем высокого порядка точности для решения уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках»

Стационарные уравнения Эйлера

- **2009** А. В. Волков

Диссертация «Разработка методов численного решения пространственных задач обтекания тел вязким газом на основе схем высокого порядка точности»

Стационарные уравнения Навье–Стокса и Рейнольдса

- **2011-2014** Проект IDIHOM
европейская рамочная программа)

(7



Стационарные уравнения Рейнольдса (EARSМ)

- **2015-2018** Проект TILDA (Европейская программа H2020)



Методы LES/DES

- **2019** Проект HiFi-TURB



Дальнейшее развитие вихреразрешающих методов

Навигатор

- Мотивация
- **Подготовка тестового случая**
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

Экспериментальная установка и модель (ИТПМ)

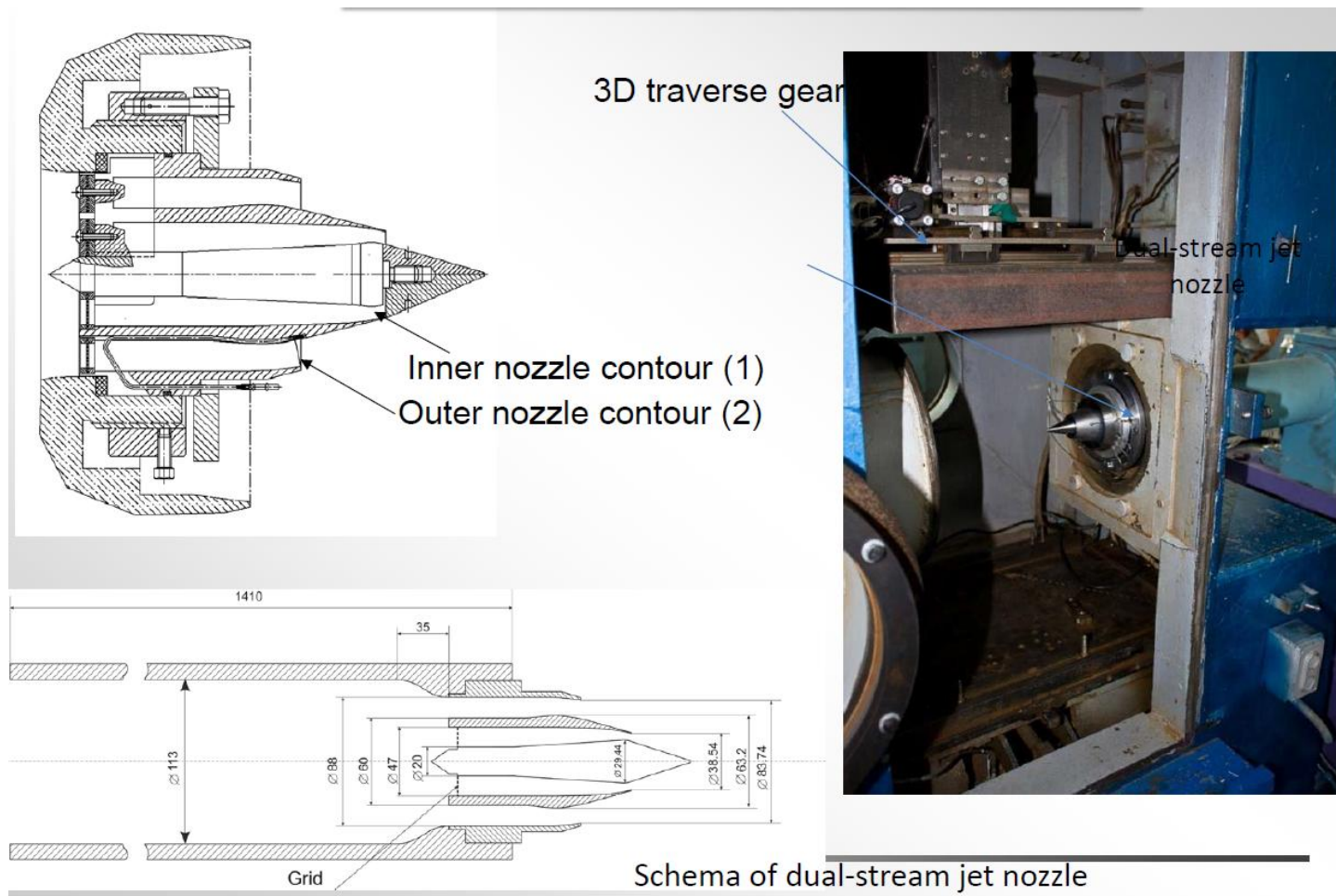
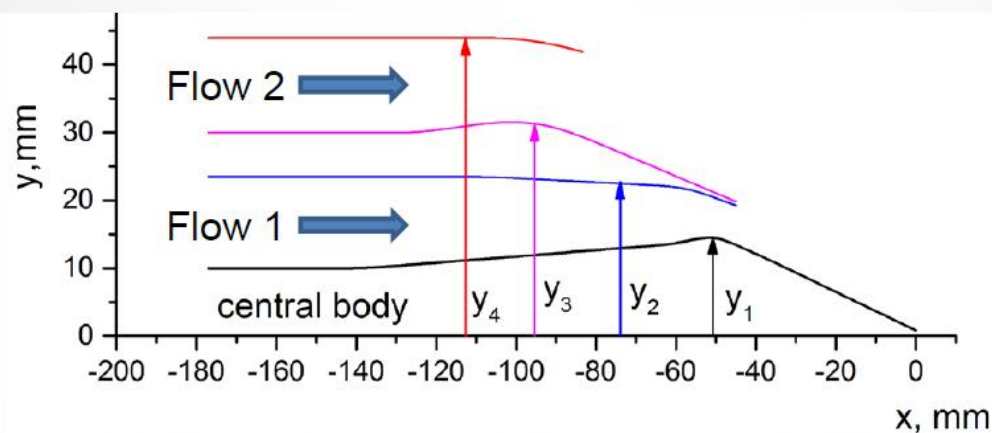


Схема модели сопла (ЦАГИ, ИТПМ)

Profile of dual-stream jet nozzle,

$D_{a1} = 38.54 \text{ mm}$, $D_{a2} = 83.74 \text{ mm}$

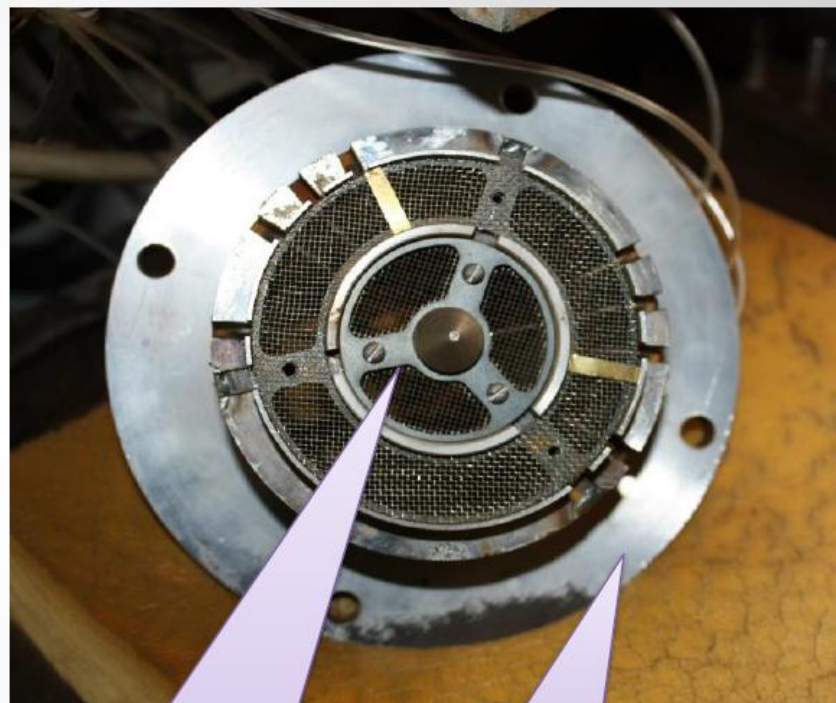


mm	mm	mm	mm	mm
0	0.8	--	--	--
-46	13.96	19.48	20.07	--
-51	14.72	20.55	21.32	--
-56	14.19	21.56	22.56	--
-61	13.55	22.08	23.81	--
-66	13.3	22.24	25.06	--
-71	13.07	22.39	26.3	--
-76	12.84	22.54	27.55	--
-81	12.61	22.69	28.8	--
-86	12.38	22.85	29.95	42.32
-91	12.14	23	30.87	43
-96	11.91	23.15	31.4	43.52
-101	11.68	23.31	31.6	43.84
-106	11.44	23.46	31.46	43.99
-111	11.22	23.5	31.08	44
-116	10.98	23.5	30.68	44
-121	10.75	23.5	30.28	44
-126	10.52	23.5	30	44
-131	10.29	23.5	30	44
-136	10.06	23.5	30	44
-141	10	23.5	30	44
-177	10	23.5	30	44

Фотография модели ИТПМ



Front view



Back view

Wire grid for reduction of stagnation pressure at inner nozzle contour

Параметры, задающие тестовый случай

$N_{pr1} = 1.72$, $M_{j1} = 0.915$, $Re_{1D} = 0.96 \cdot 10^6$,
 $N_{pr2} = 2.25$, $M_{j2} = 1.141$, $Re_{2D} = 2.872 \cdot 10^6$
flow is cold air

	P0	Pc	P01	P02	T0	Tc
unit of measure	kPa (N/m ²)				K	
mean	199.17	88.42	152.09	198.81	269 (264-287)	273 (270-290)
accuracy	0.5%				1 K	

P0 – stagnation pressure at settle chamber,

Pc – pressure at Eifel chamber,

P01 – stagnation pressure at inner nozzle contour,

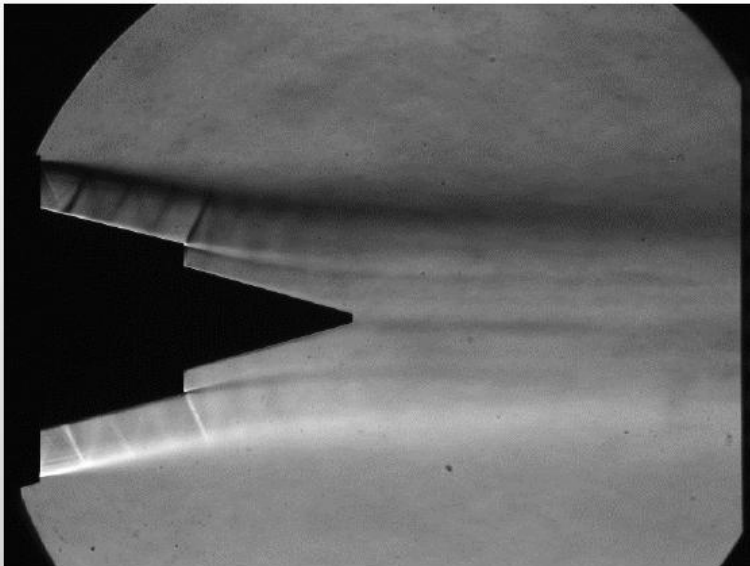
P02 – stagnation pressure at outer nozzle contour,

T0 – stagnation temperature at settle chamber (may be change for different runs),

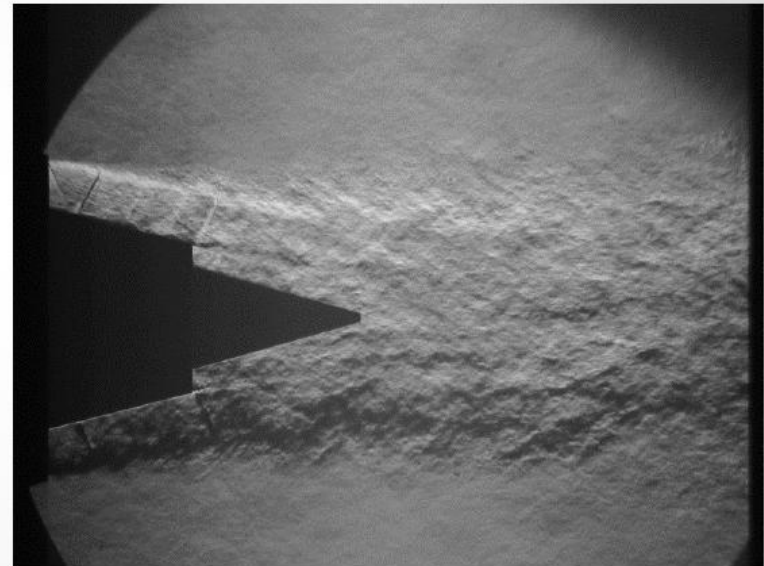
Tc- temperature at Eifel chamber (may be change for different runs).

Визуализация ИТПМ

Main flow regime - $N_{pr1} = 1.72$, $N_{pr2} = 2.25$



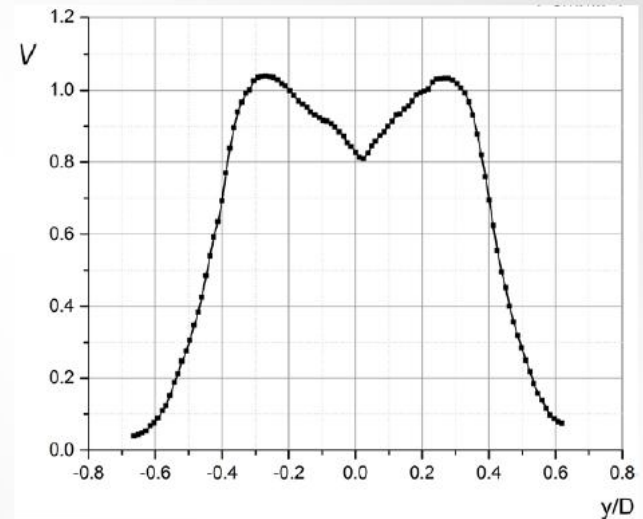
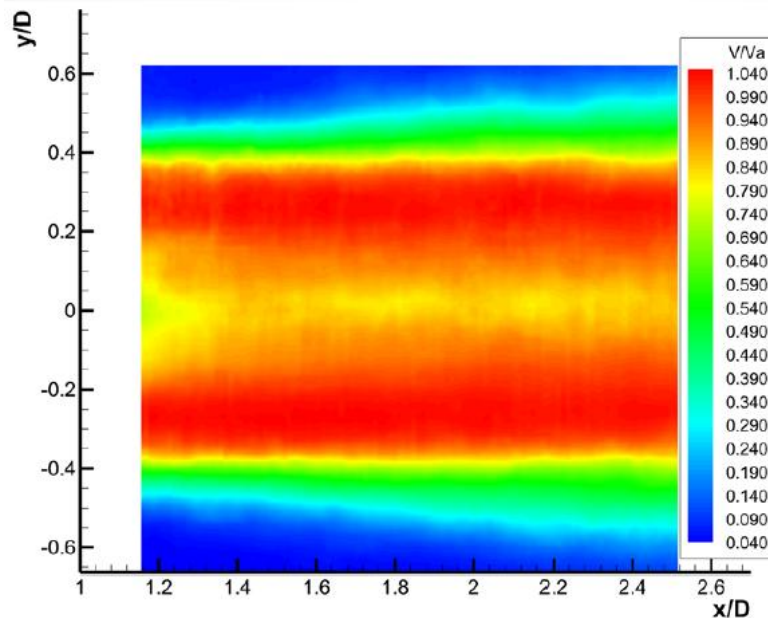
Exposure equal 0.01 sec



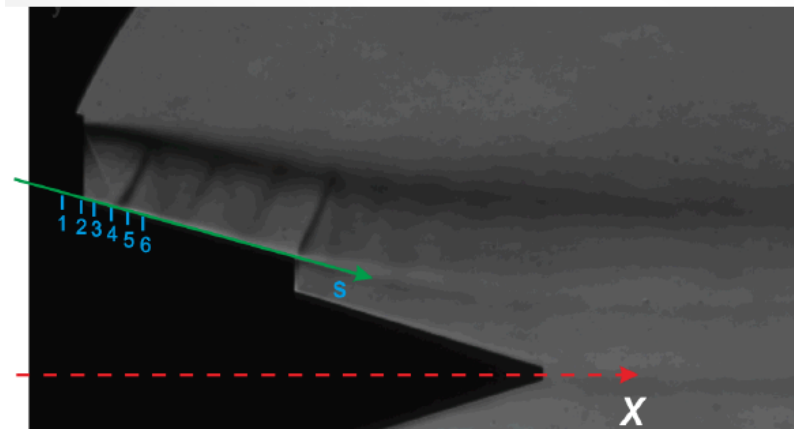
Exposure equal 3 microsec

Осредненная продольная скорость (PIV ИТПМ)

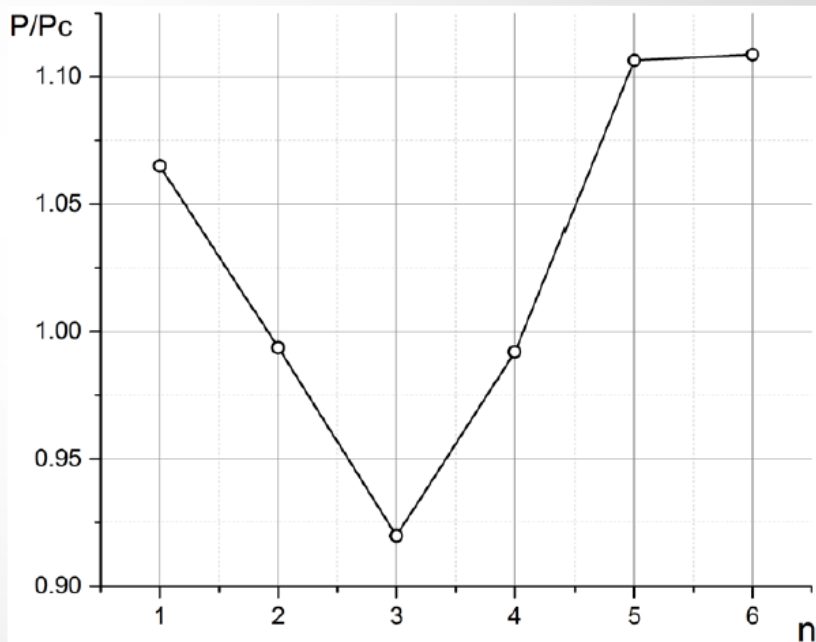
Flow regime – $N_{pr1}= 1.72$, $N_{pr2}= 2.25$



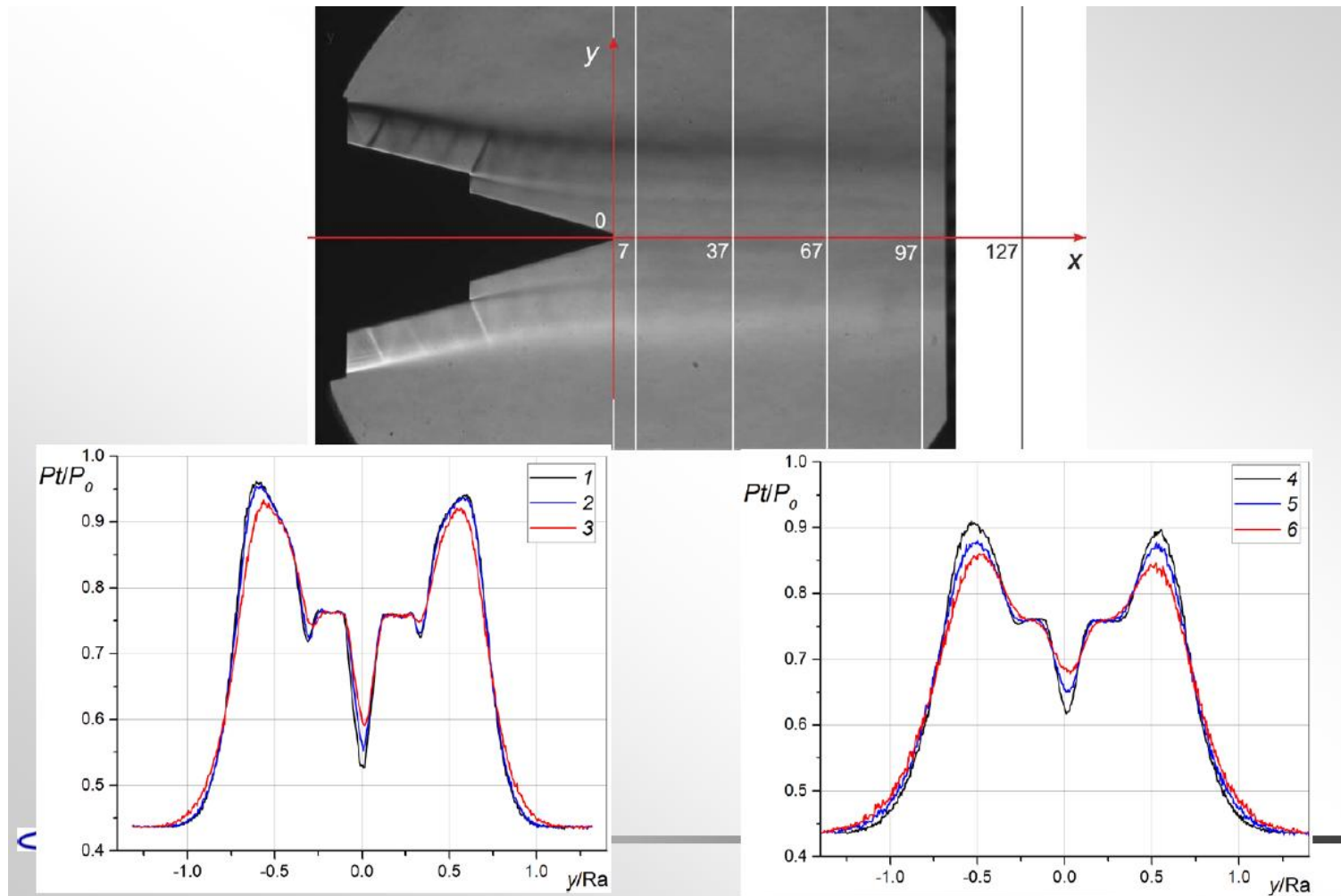
Статическое давление на поверхности (ИТПМ)



$X_2 = -83 \text{ mm}$, $\Delta S = 3 \text{ mm}$

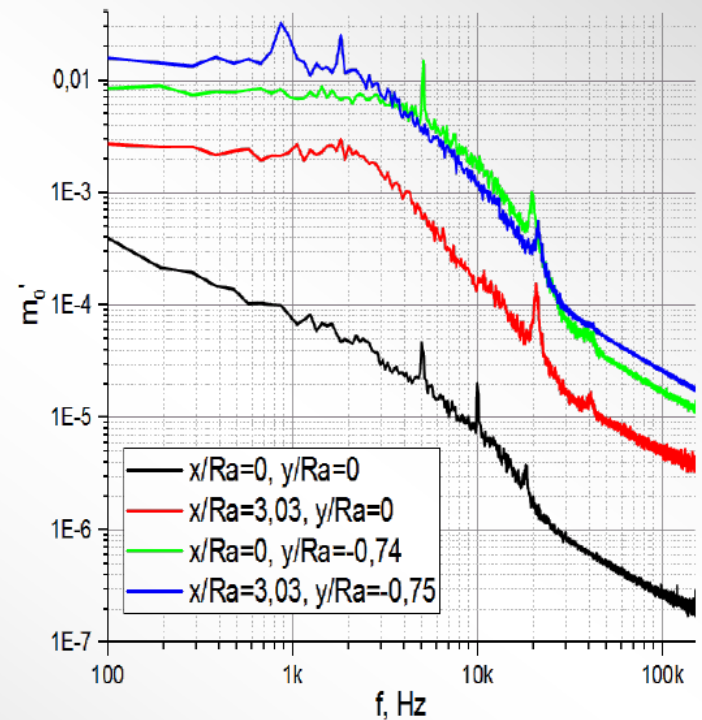
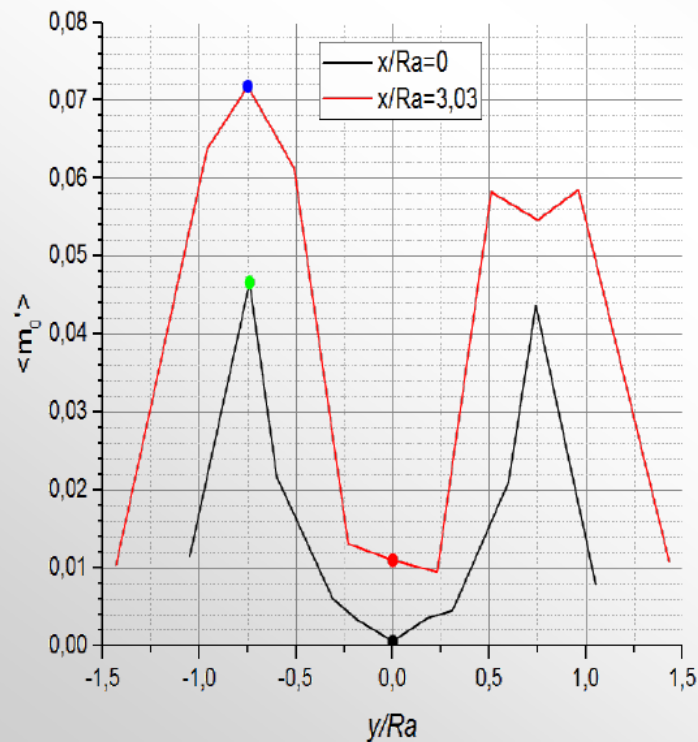


Полное давление в сечениях (ИТПМ)



Спектры

Root mean square (RMS) mass flow rate pulsations at two jet cross sections (left), measured by hot wire anemometer and frequency amplitude spectrum (Fast Fourier transform) for jet axis ($y/Ra = 0$) and for two character positions at jet shear layer ($y/Ra = -0.74, -0.75$) (right)



Навигатор

- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- **Особенности метода ЦАГИ**
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

Разрывный метод Галеркина

Общий вид системы уравнений: $\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(U, \nabla U) = S(U, \nabla U)$

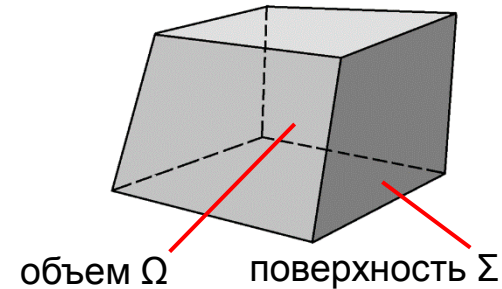
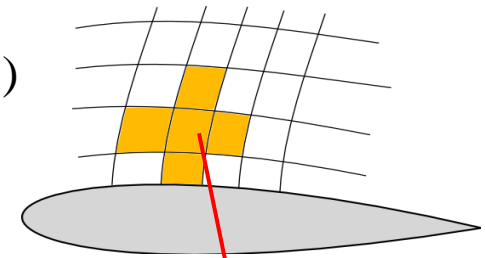
Представление решения: $U(\mathbf{x}, t) = \sum_j u_j(t) \cdot \varphi_j(\mathbf{x})$

Интегральная форма уравнений: $\int_{\Omega} \left[\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} \right] \varphi_i(\mathbf{x}) d\Omega = \int_{\Omega} S \varphi_i(\mathbf{x}) d\Omega$



$$\mathbf{M}_{ij} \frac{du_j}{dt} + \int_{\Sigma} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) \varphi_i(\mathbf{x}) d\Sigma = \int_{\Omega} (\mathbf{F} \cdot \nabla \varphi_i(\mathbf{x}) + S \varphi_i(\mathbf{x})) d\Omega$$

из решения задачи
о распаде разрыва



$\{\varphi_i(\mathbf{x})\}$

ортонормированный
набор полиномов



$$\mathbf{M}_{ij} = \int_{\Omega} \varphi_i(\mathbf{x}) \varphi_j(\mathbf{x}) d\Omega = \delta_{ij}$$

интегрирование – методом
Гаусса

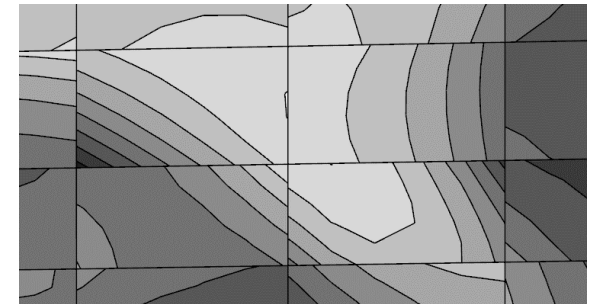


$$\int_{\Omega} P(\mathbf{x}) d\Omega = \sum_k P(\mathbf{x}_k) \omega_k$$

движение по времени –
методом Рунге–Кутты



$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{R}(\mathbf{u}) \rightarrow \mathbf{u}^{(k+1)} = \sum_{j \leq k} c_{kj} \mathbf{u}^{(j)} + c_k \Delta t \mathbf{R}(\mathbf{u}^{(k)})$$



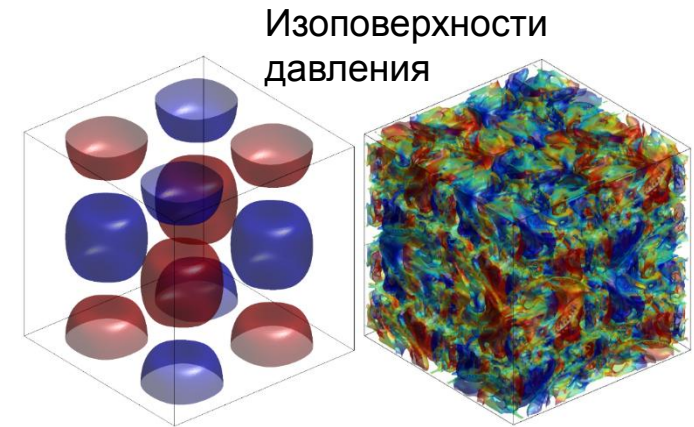
3-D DG код Zoom (ЦАГИ)

- Неструктурированные гексаэдральные сетки;
- Рое Риман солвер для невязких потоков;
- BR2 для аппроксимации вязких членов;
- $K=0, 1, 2, 3, 4$ и 5 ;
- Глобальный шаг по времени. 5-и шаговая схема Р-К 4-ого порядка точности;
- Учет кривизны обтекаемой поверхности;
- DDES (Шур, Стрелец 2006) + SLA (2015), основа – модель турбулентности S-A;
- Гибридная MPI+OpenMP технология распараллеливания.

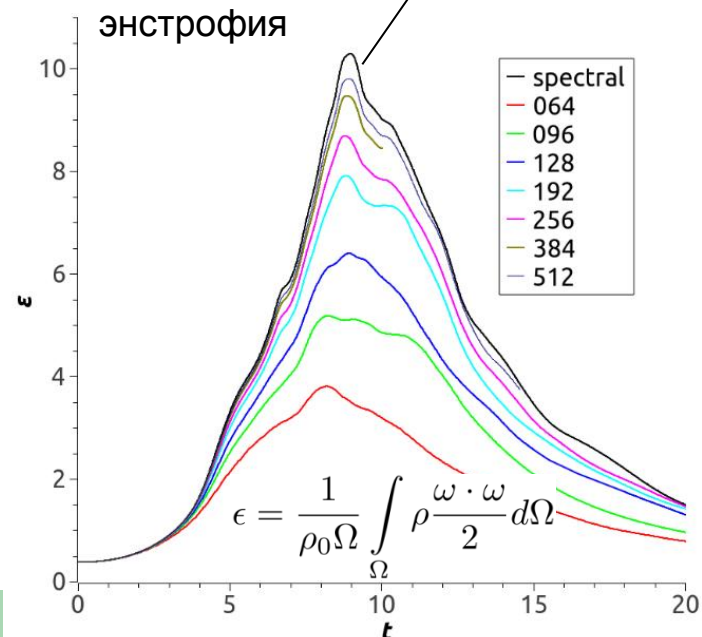
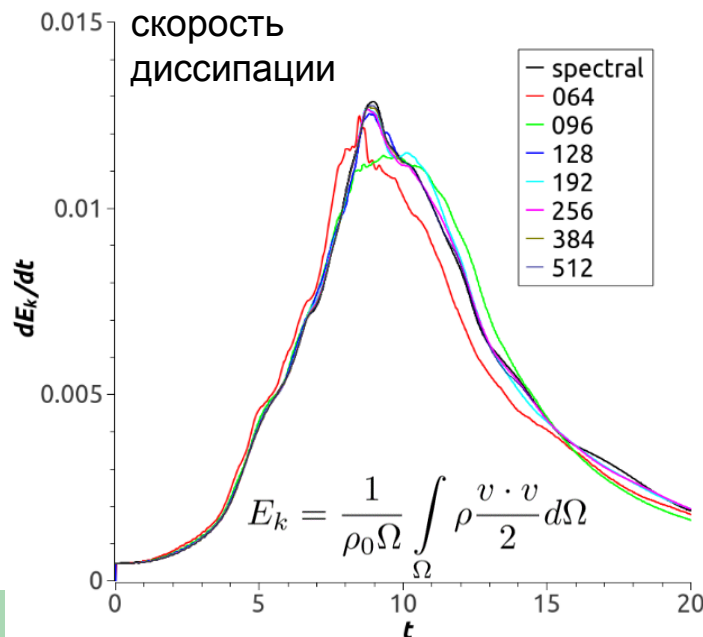
Тестовый случай «Вихрь Тейлора–Грина»

$$\begin{aligned}
 u &= V_0 \sin\left(\frac{x}{L}\right) \cos\left(\frac{y}{L}\right) \cos\left(\frac{z}{L}\right), \\
 v &= -V_0 \cos\left(\frac{x}{L}\right) \sin\left(\frac{y}{L}\right) \cos\left(\frac{z}{L}\right), \\
 w &= 0, \\
 p &= p_0 + \frac{\rho_0 V_0^2}{16} \left(\cos\left(\frac{2x}{L}\right) + \cos\left(\frac{2y}{L}\right) \right) \left(\cos\left(\frac{2z}{L}\right) + 2 \right)
 \end{aligned}$$

Re = 1600 \rightarrow DNS



эталонные данные [van Rees et al., 2001]



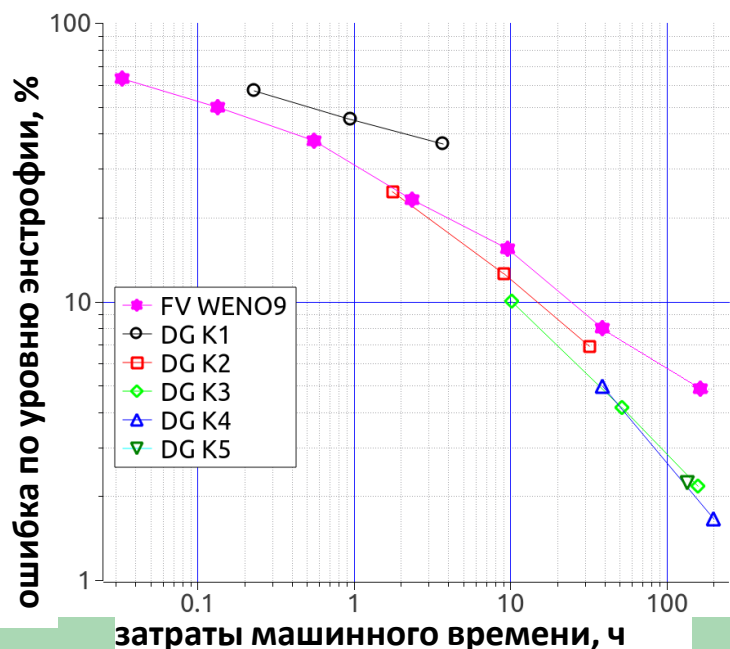
Вихрь Тейлора–Грина: сходимость и затраты времени

схемы МКО

	64 ³	96 ³	128 ³	192 ³	256 ³	384 ³	512 ³
central			2.1 x 10 ⁶ – количество степеней свободы 0.36 h – время счета (512 ядер) 68% – ошибка по уровню энстрофии				
WENO5			2.1 x 10 ⁶ 0.49 h 45%				
WENO9	2.6 x 10 ⁵ 0.03 h 63%	8.8 x 10 ⁵ 0.13 h 50%	2.1 x 10 ⁶ 0.56 h 38%	7.1 x 10 ⁶ 2.3 h 23%	1.7 x 10 ⁷ 9.6 h 16%	5.7 x 10 ⁷ 39 h 8.0%	1.3 x 10 ⁸ 153 h 4.7%

схемы РМГ

порядок	64 ³	96 ³	128 ³
2	1.0 x 10 ⁶ 0.23 h 60%	3.5 x 10 ⁶ 1.0 h 45%	8.4 x 10 ⁶ 3.7 h 37%
3	2.6 x 10 ⁶ 1.8 h 25%	8.9 x 10 ⁶ 9.1 h 13%	2.1 x 10 ⁷ 32 h 6.9%
4	5.2 x 10 ⁶ 10 h 10%	1.8 x 10 ⁷ 52 h 4.2%	4.2 x 10 ⁷ 159 h 2.2%
5	9.2 x 10 ⁶ 39 h 5.0%	3.1 x 10 ⁷ 198 h 1.7%	7.3 x 10 ⁷ 623 h 0.89%
6	1.5 x 10 ⁷ 136 h 2.2%		



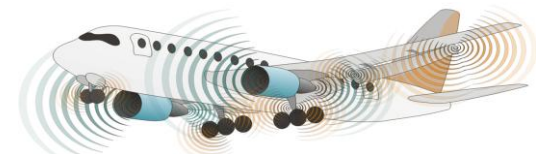
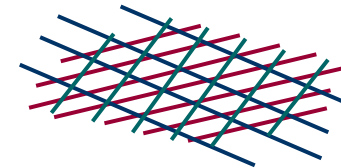
- РМГ 3-го порядка и выше выигрывает по эффективности у МКО
- С ростом требуемой точности отрыв от МКО растет

Навигатор

- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- **Особенности метода ИПМ**
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

Расчетная методология ИПМ РАН

- **Модификация DDES метода** [Shur et. al, 2015]
- **Вершинно-центрированная EBR схема**
 - не выше второго порядка точности на произвольных неструктурированных стеках в рамках конечно-объемного подхода
 - 5-6 порядок точности на сетках типа равномерных решеток (трансляционно-инвариантные сетки) в рамках конечно-разностного подхода
- **WENO-EBR схема** для задач с разрывами
- **Адаптивная гибридная схема** минимальной диссипации
- **Интегрирование по времени**
 - явная схема Рунге-Кутты 4-го порядка;
 - неявная схема Ньютона 2-го порядка;
 - метод бисопряженных градиентов (BCGStab)

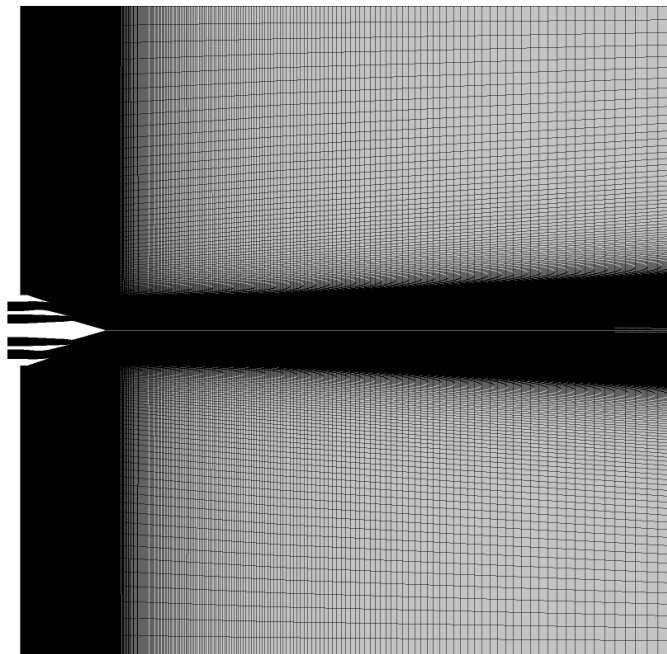


Код **NOISEtte**

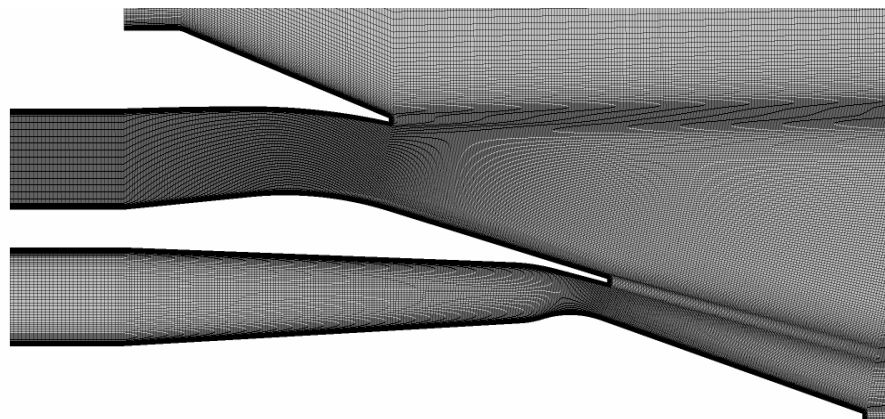
Навигатор

- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- **Предварительные расчеты ЦАГИ**
- Дополнительные экспериментальные исследования ИТПМ
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

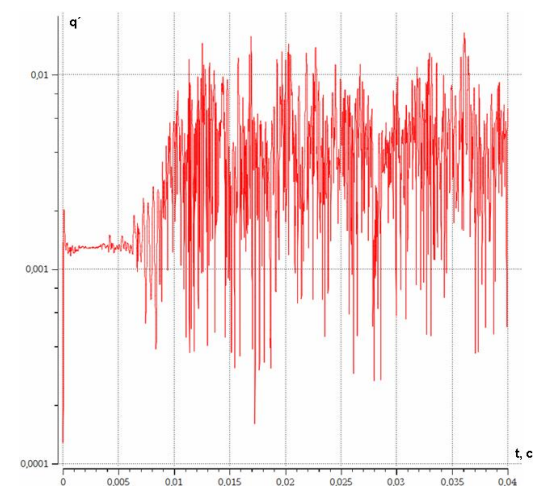
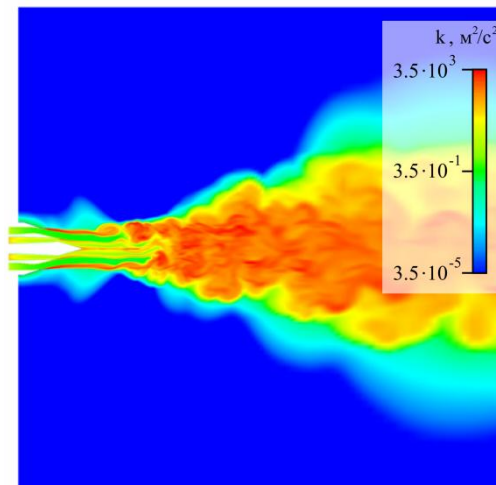
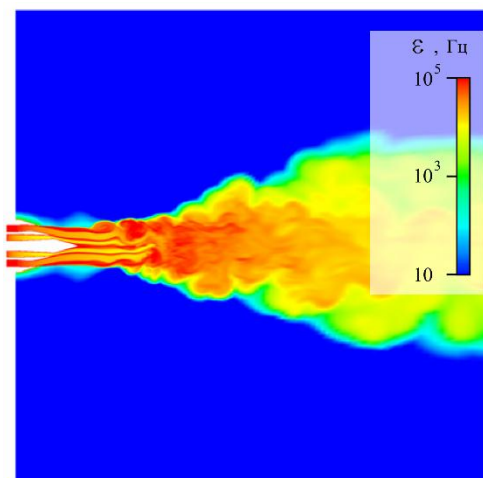
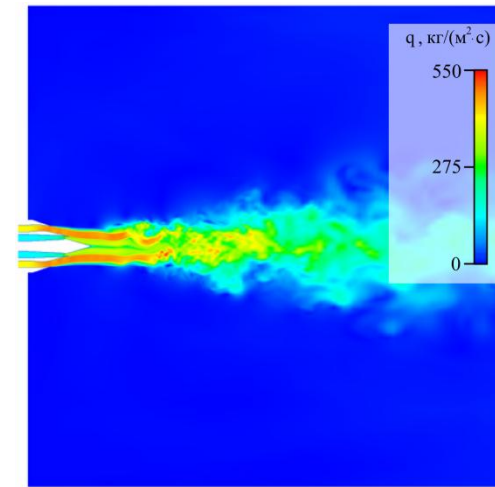
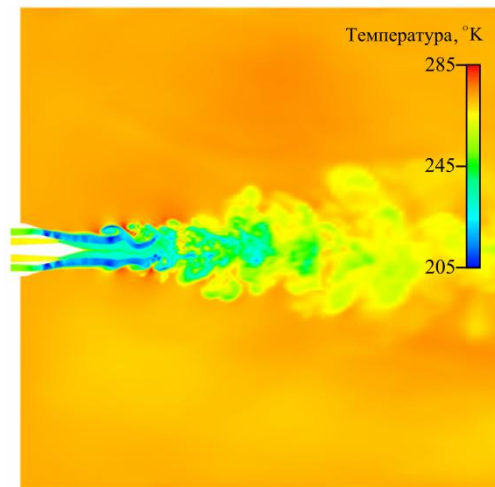
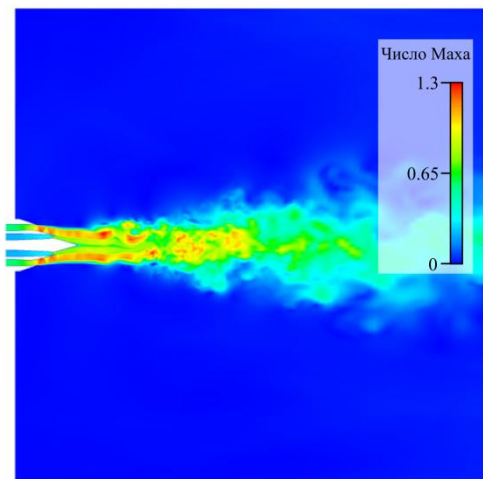
Расчетная сетка для DG K=1



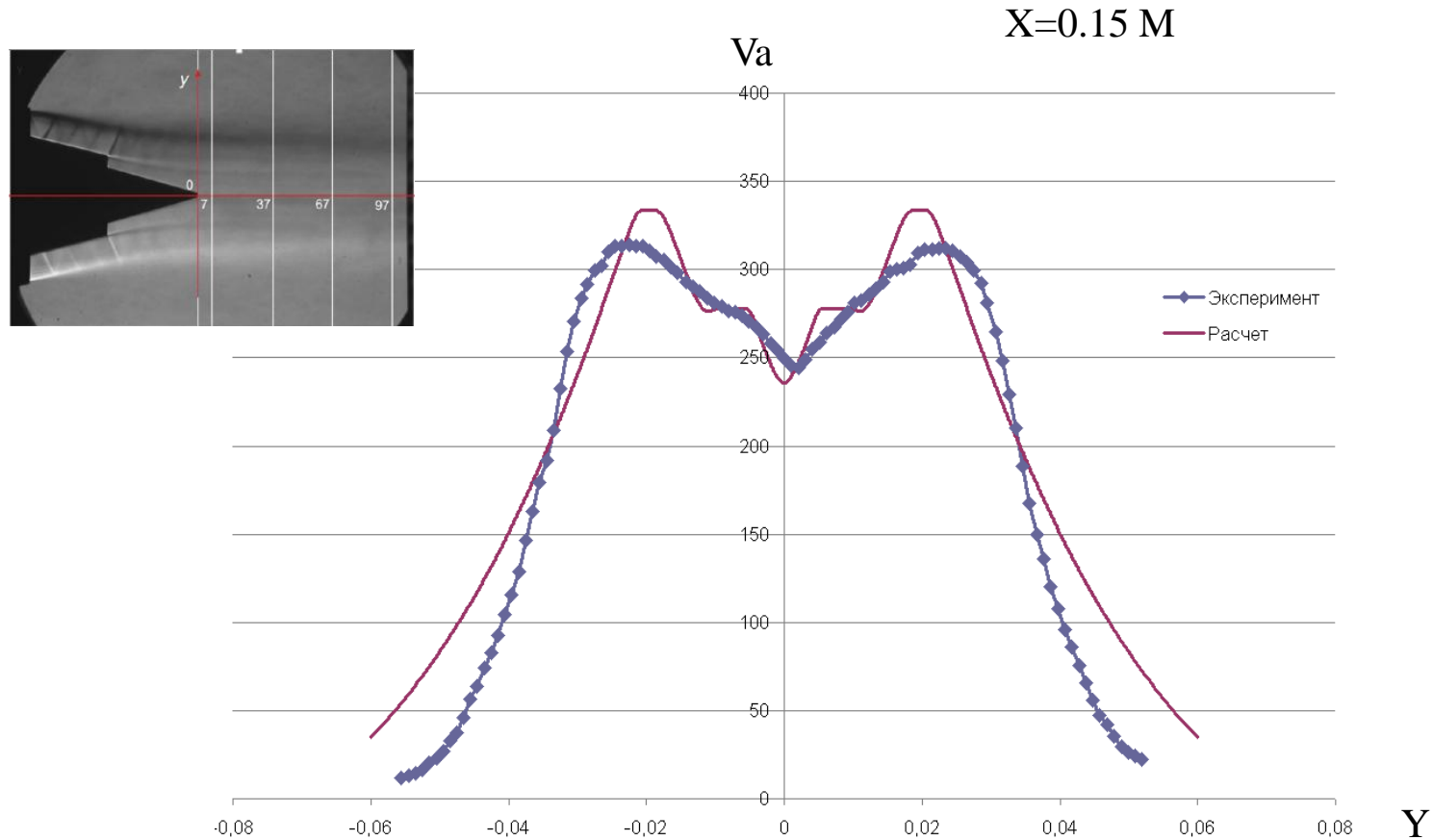
20 млн ячеек



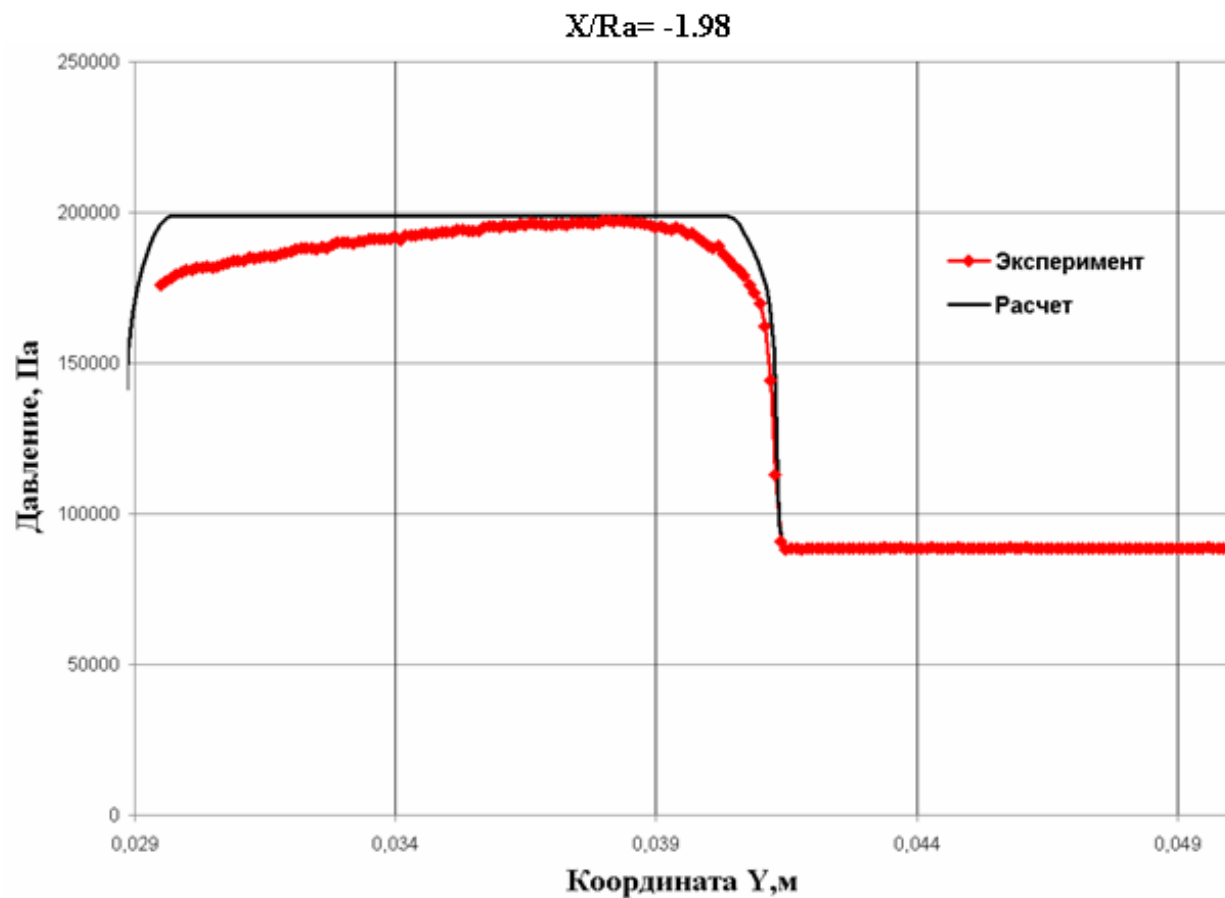
Визуализация решения



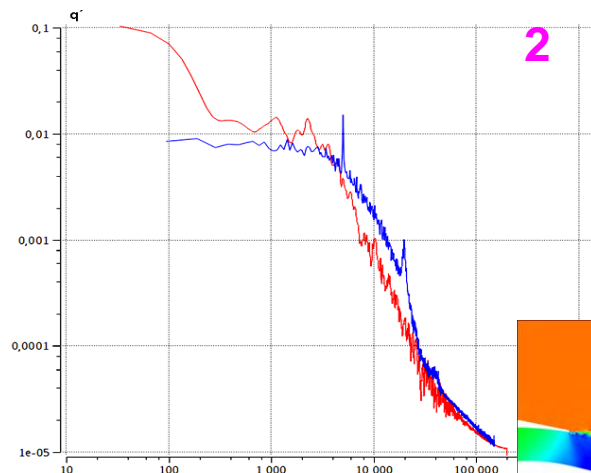
Сопоставление осредненной продольной скорости



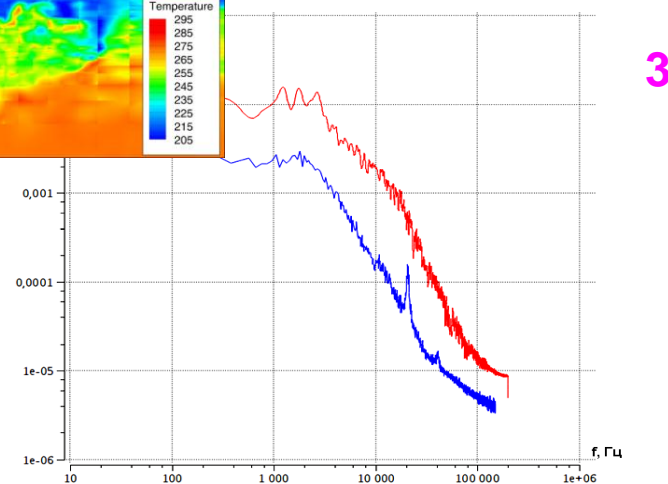
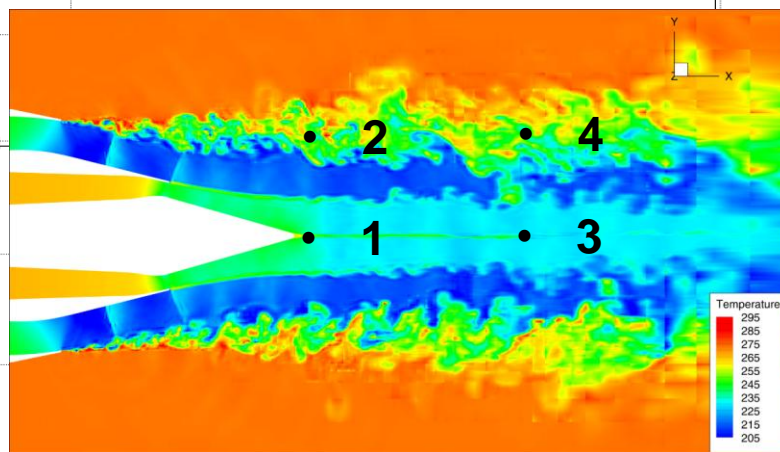
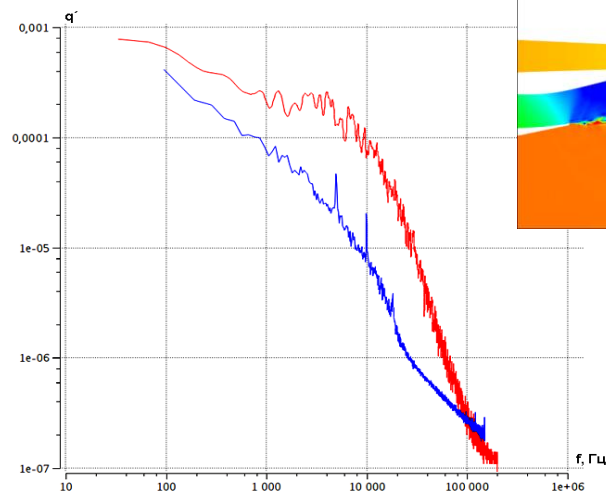
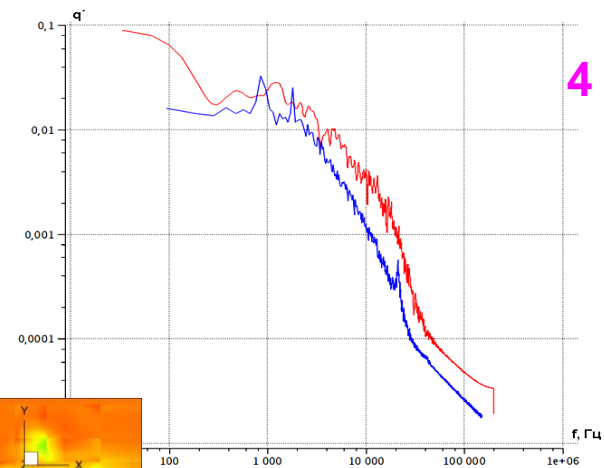
Сопоставления полного давления



Расчет ЦАГИ DG K=1. Спектры



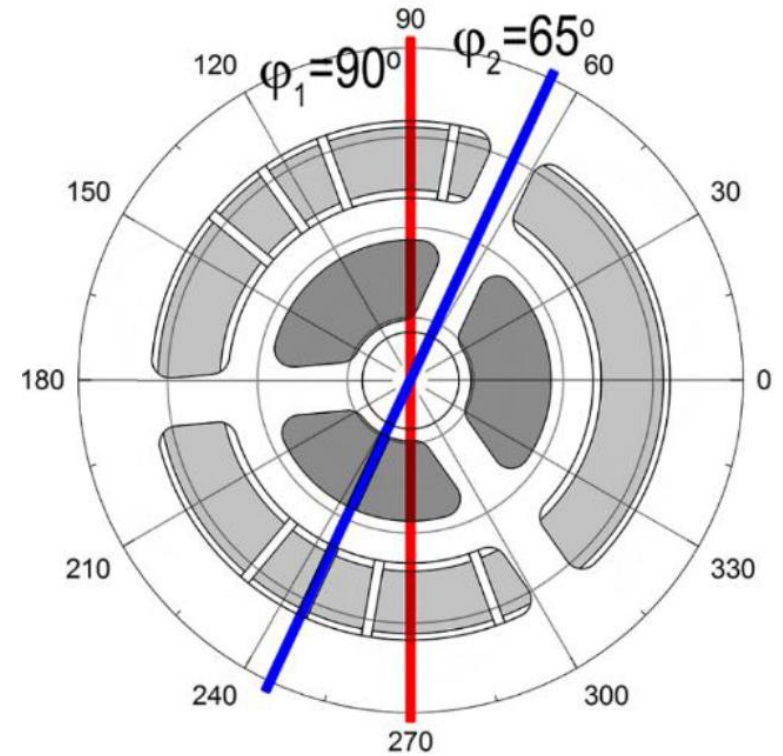
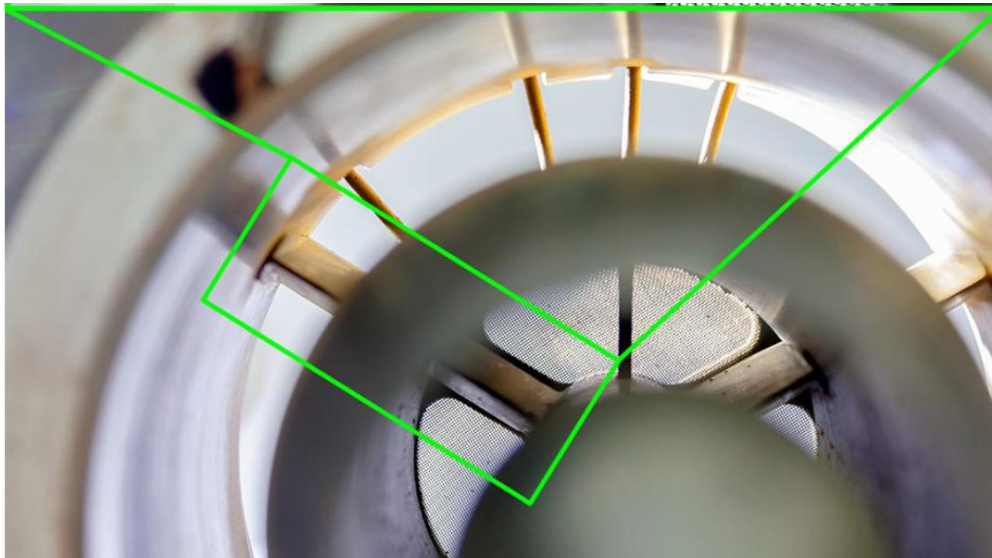
- расчет
- эксперимент



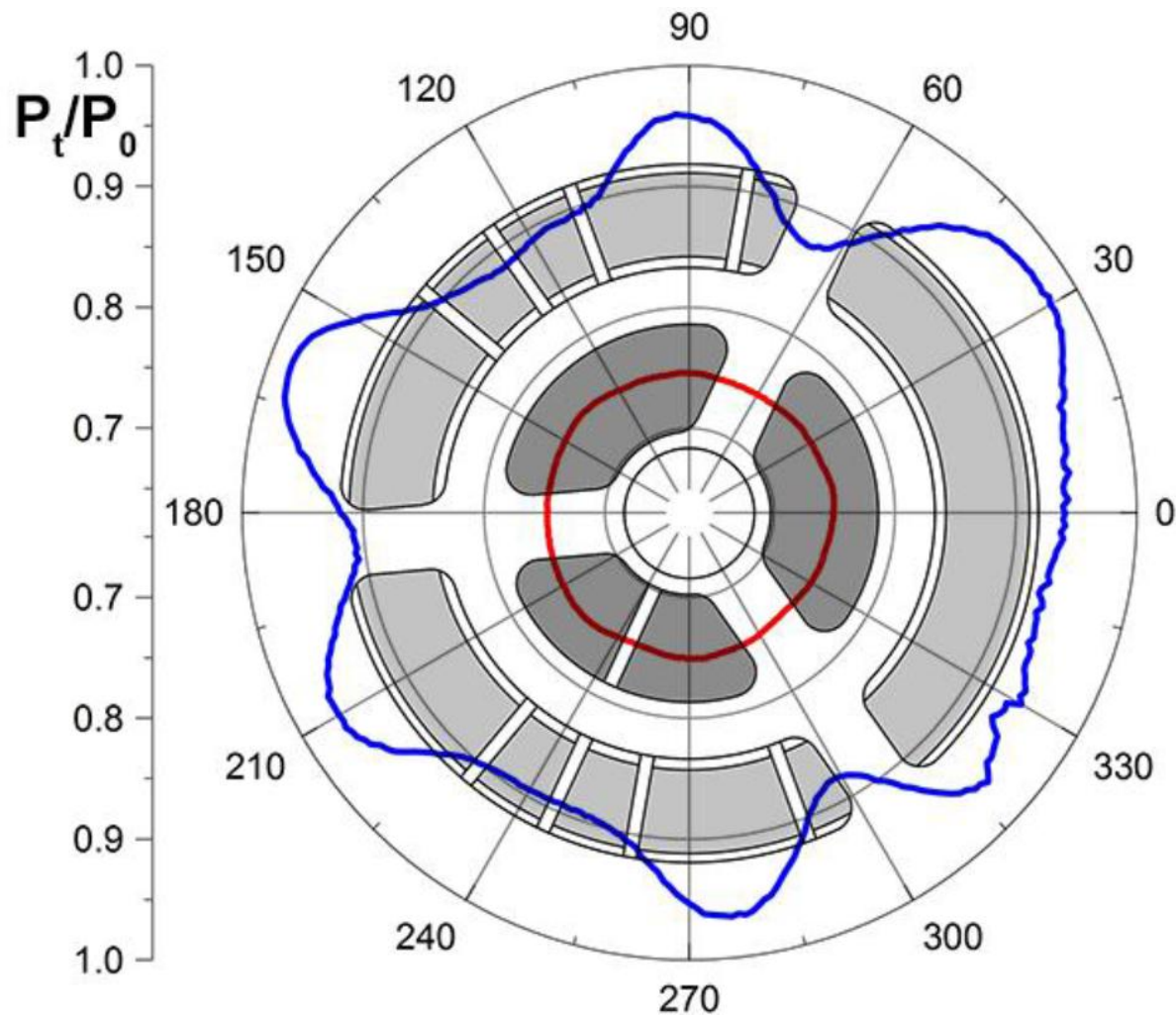
Навигатор

- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- **Дополнительные экспериментальные исследования ИТПМ**
- Выделение скачка и монотонизация решения
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

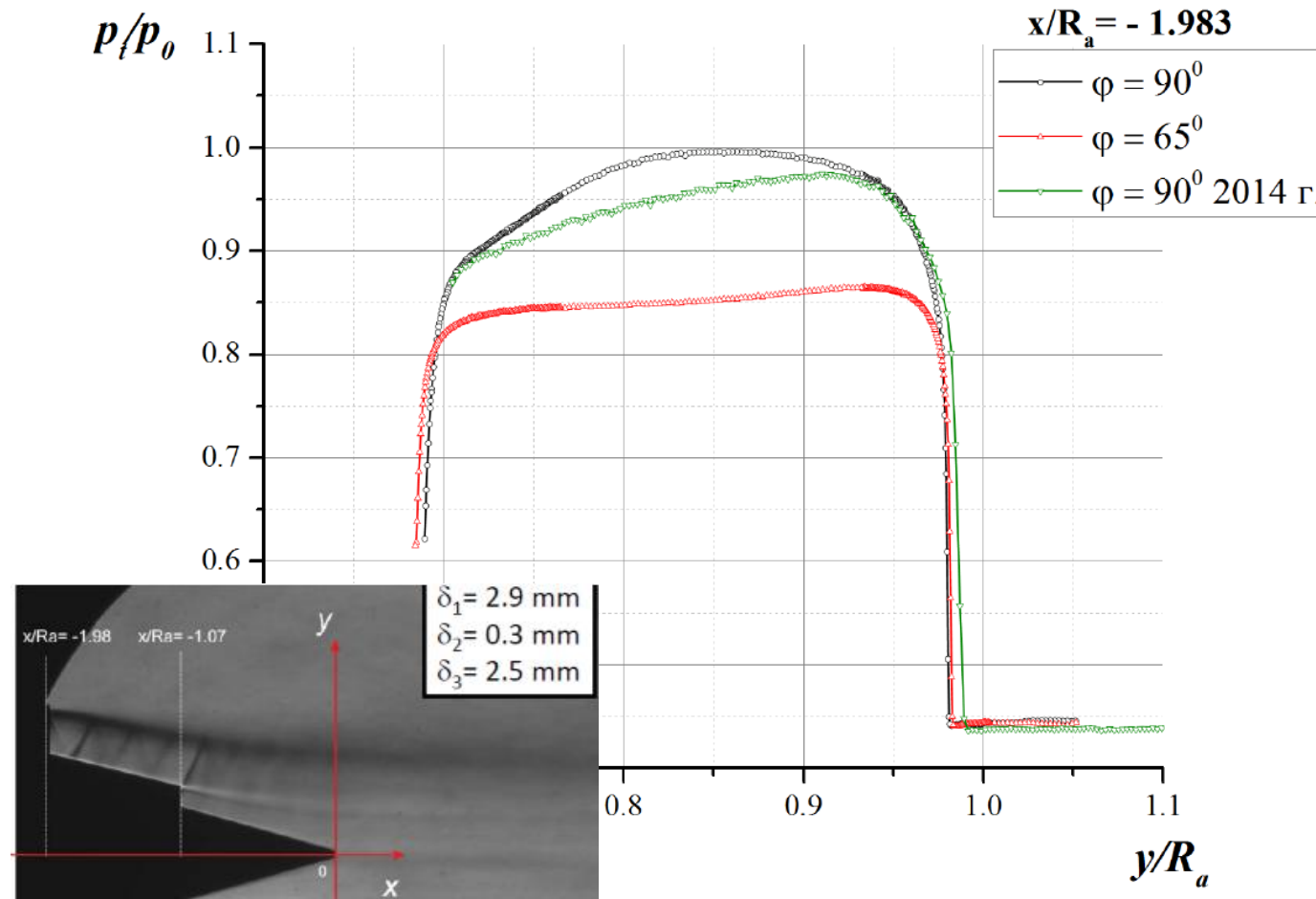
Пилон в сопле



Распределения полного давления



Профили полного давления



Навигатор

- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования ИТПМ
- **Выделение скачка и монотонизация решения**
- Заключительная серия расчетов
- Выводы и проблемы

Монотонизация решения и выделение скачка

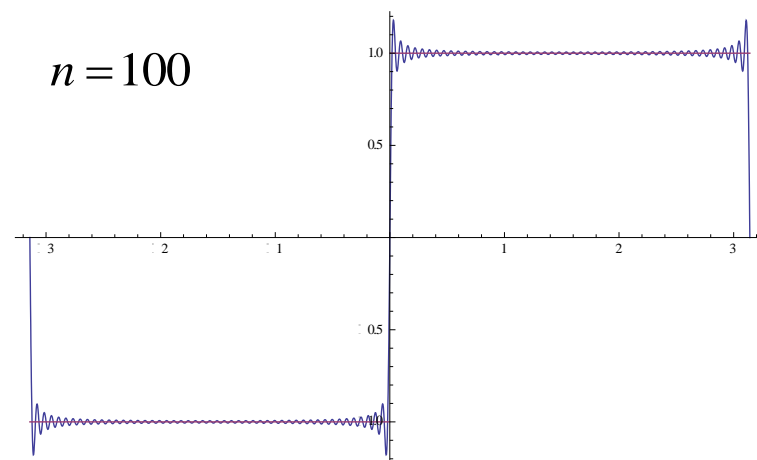
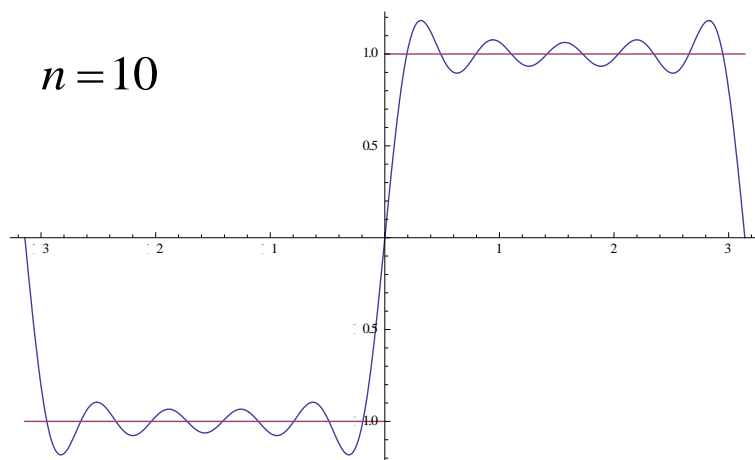
В случае DG

- Уменьшение порядка полинома на разрывах (P. Sagaut)
- Ограничения на неоднородность решения (B. Cockburn)
- **Искусственная вязкость (P.-O. Persson)**
- Фильтрация поля (A. Kanevsky)
- WENO-реконструкция в проблемных ячейках (C.-W. Shu)
- Локальное разбиение сетки и применение метода FV (M. Dumbser)

P.-O. Persson, J. Peraire. Sub-Cell Shock Capturing for Discontinuous Galerkin Methods // AIAA Paper 112-2006, 14 p.

Идея создания лимитора

- Декомпозиция разрывных полей при помощи непрерывного базиса приводит к эффекту Gibbsa
- Разрыв должен быть замещен непрерывным слоем толщиной $\delta \sim h / K$
- Сглаживание может быть получено при помощи искусственной вязкости
- Разрыв может быть «захвачен» путем анализа коэффициента расширения



Алгоритм

Индикатор разрыва в ячейке:

$$S_e = \frac{\int_{\Omega} \left(f(U^{[K]}) - f(U^{[K-1]}) \right)^2 d\Omega}{\int_{\Omega} f^2(U^{[K]}) d\Omega}$$

Здесь $U^{[K]}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N_f(K)} u_i \varphi_i(x, y, z), \quad U^{[K-1]}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N_f(K-1)} u_i \varphi_i(x, y, z)$

$f(U)$ – Некоторая функция с разрывом, например плотность

На гладком поле $S_e = O(K^{-4})$, на разрыве $S_e = O(K^{-\alpha}), \alpha < 4$

Алгоритм

Искусственная вязкость μ_e :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_k}{\partial x_k} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho u_i u_k + p \delta_{ik} - 2(\mu + \mu_t + \underline{\mu_e}) S_{ik}^\bullet \right] = 0,$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho E u_k + p u_k - 2(\mu + \mu_t + \underline{\mu_e}) S_{ik}^\bullet u_i - \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} + \frac{\mu_e}{\underline{Pr_e}} \right) C_p \frac{\partial T}{\partial x_k} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \epsilon u_k - \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma} + \frac{\mu_e}{\underline{\sigma_e}} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \right] = S_{\rho \epsilon},$$

Рекомендуется
 $Pr_e = 0.75$

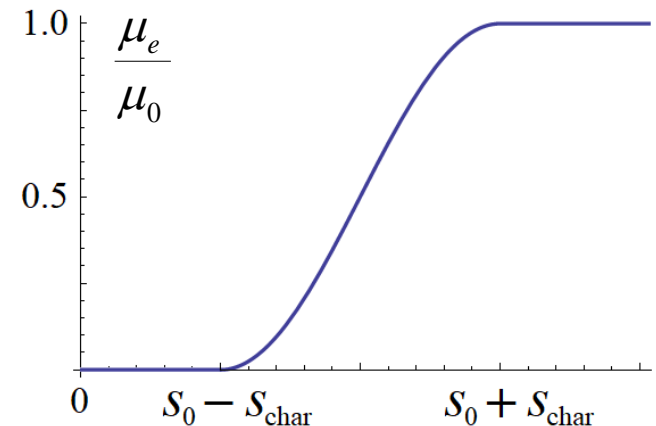
В первом приближении $\sigma_e = 1$

Алгоритм

Искусственная вязкость:

- постоянна в ячейке
- Зависит от индикатора разрыва: $s_e = \log_{10} S_e$

$$\mu_e = \begin{cases} 0, & s_e < s_0 - s_{\text{char}} \\ \frac{\mu_0}{2} \left(1 + \sin \frac{\pi(s_e - s_0)}{2s_{\text{char}}} \right), & s_0 - s_{\text{char}} \leq s_e \leq s_0 + s_{\text{char}} \\ \mu_0, & s_e > s_0 + s_{\text{char}} \end{cases}$$

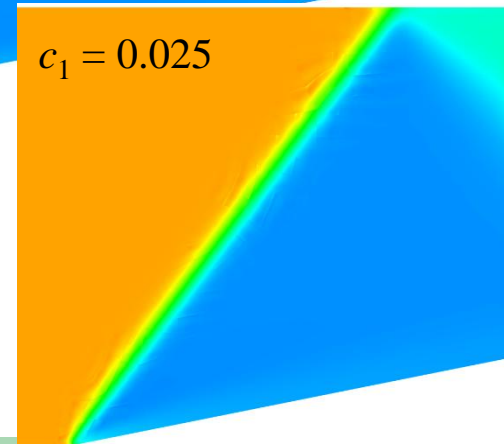
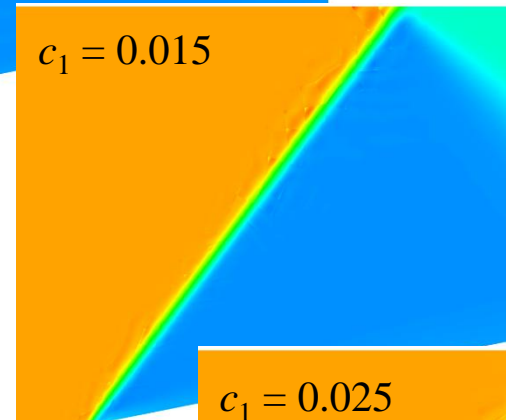
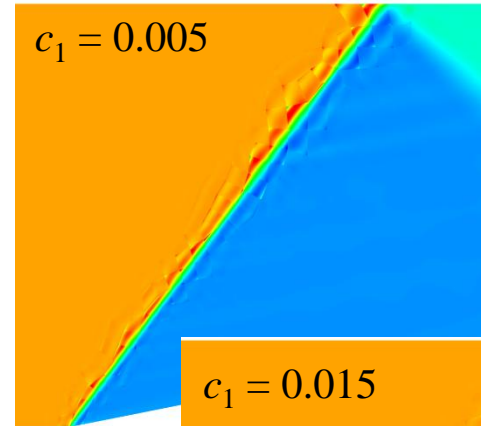
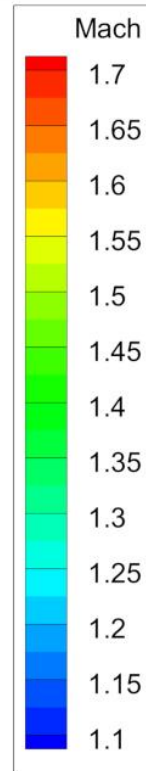
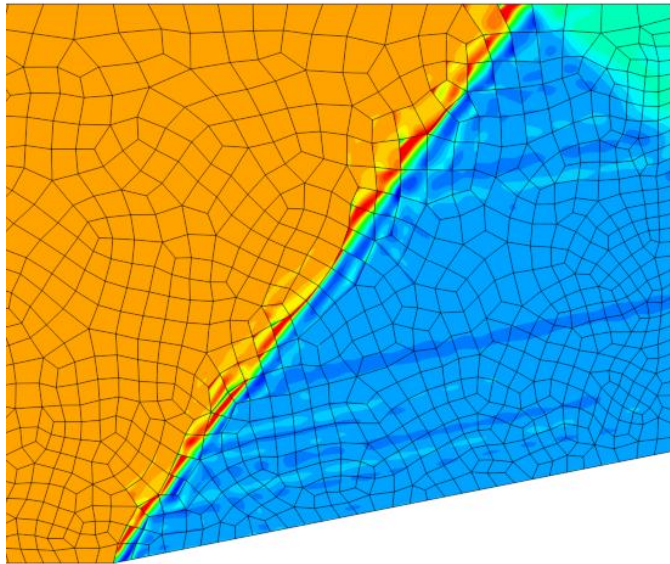


Величины коэффициентов:

- $s_0 = c_0 - 4 \log_{10} K$, c_0 Выбран эмпирически
- s_{char} Выбран эмпирически
- $\mu_0 = c_1 h \rho a / K$, c_1 Выбран эмпирически

Наладка алгоритма 1

M field in the calculation с $K = 3$
without monotonizer



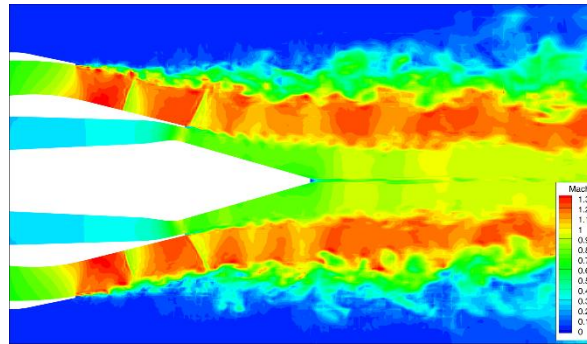
- $M_{\text{inf}} = 1.6$

Calibration results:

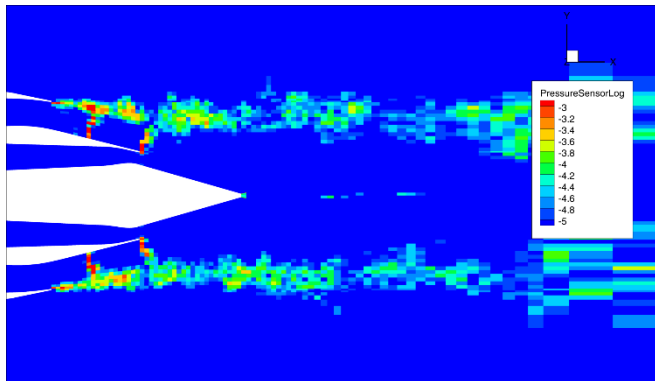
- sensor – pressure, $c_0 = -1$, $s_{\text{char}} = 1$, $c_1 = 0.01$
- it is established that all sensors (pressure / Mach number / density / entropy) work in the same way in this problem

Наладка алгоритма

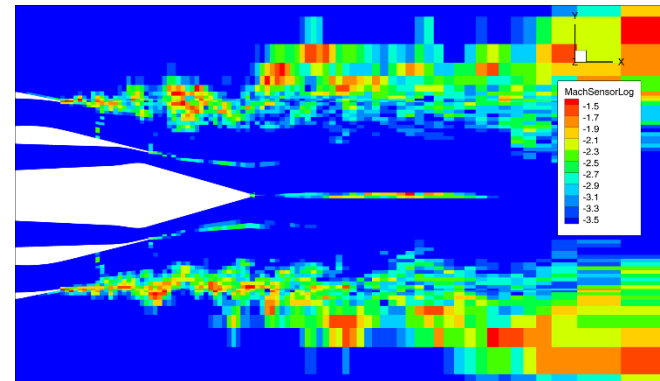
Indicator fields in
calculation с $K = 3$



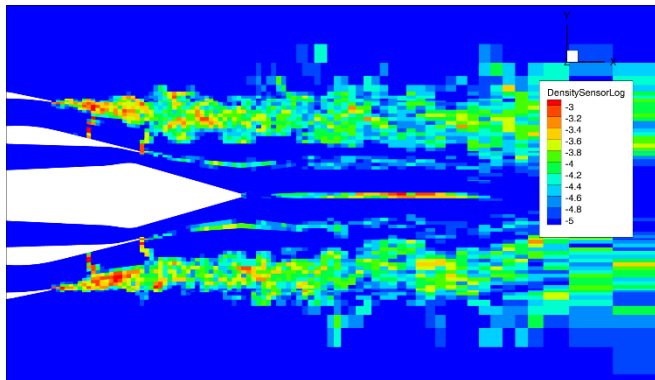
“pressure”



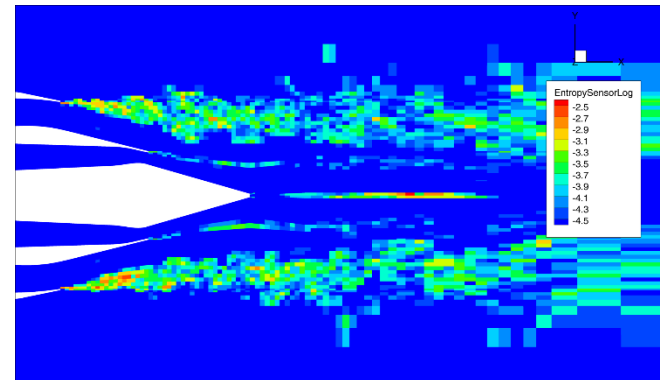
“Mach number”



“density”



“entropy”



Навигатор

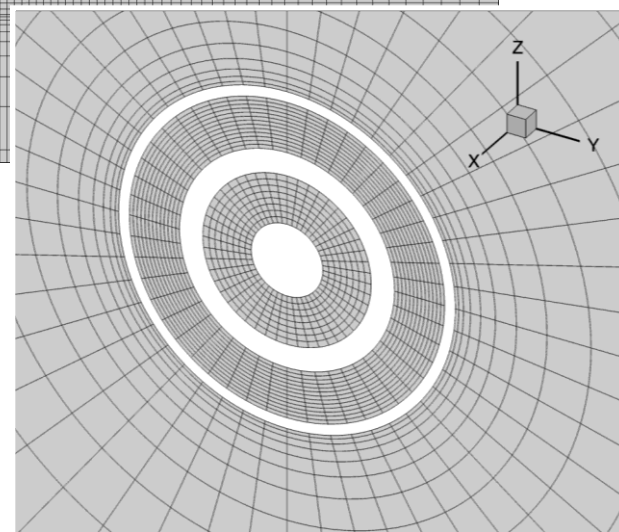
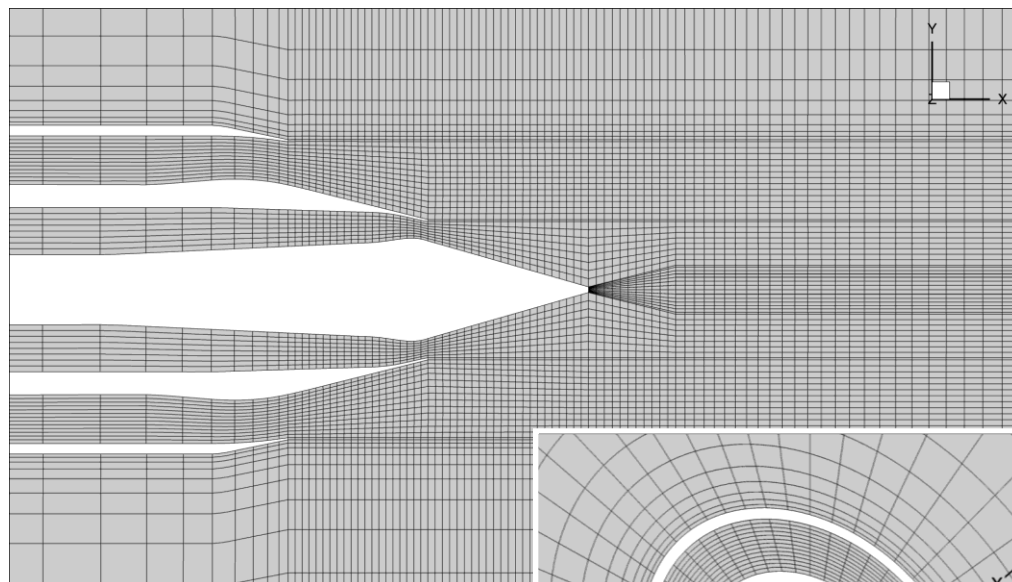
- Мотивация
- Подготовка тестового случая
- Особенности метода ЦАГИ
- Особенности метода ИПМ
- Предварительные расчеты
- Дополнительные экспериментальные исследования ИТПМ
- Выделение скачка и монотонизация решения
- **Заключительная серия расчетов**
- Выводы и проблемы

Постановка задачи и результаты ЦАГИ



Внутренний контур: $M_1 = 0.85$, $NPR_1 = 1.72$, $Re_{1D} = 0.96 \cdot 10^6$

Внешний контур: $M_2 = 1$, $NPR_2 = 2.25$ (недорасширенная), $Re_{2D} = 2.872 \cdot 10^6$



Сетка

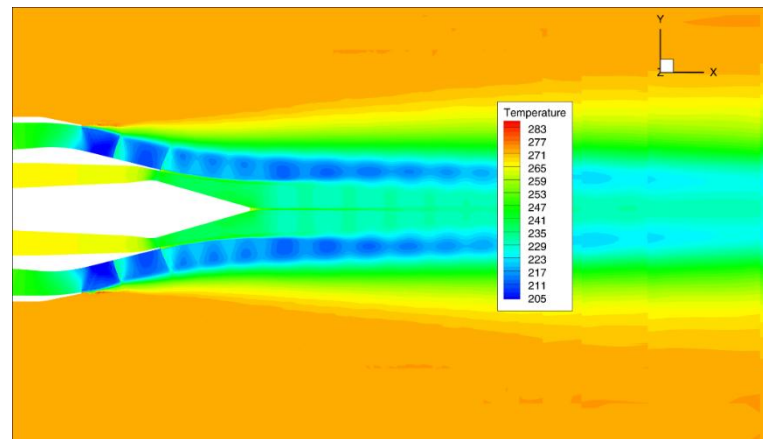
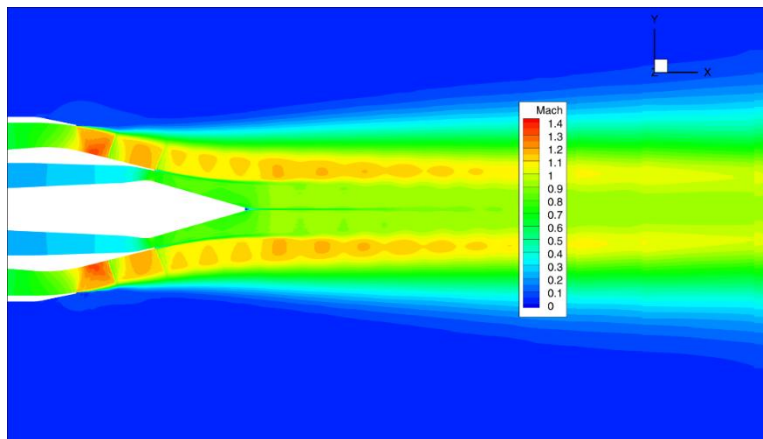
- **Криволинейная сетка, $2 \cdot 10^5$ ячеек**
- По азимуту – полный круг
- «Постоянное давление» ВС внешняя граница
- “заданные P_0 , T_0 ” ВС на внутренних границах

Первые результаты осредненных полей ЦАГИ

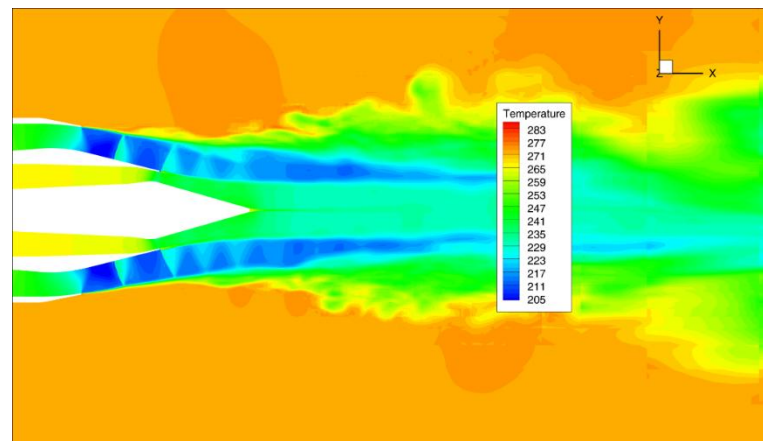
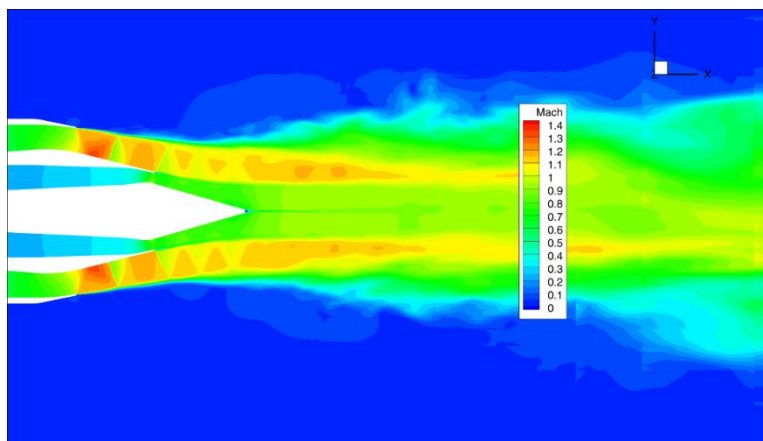
Число М

Монотонизатор 1

Температура



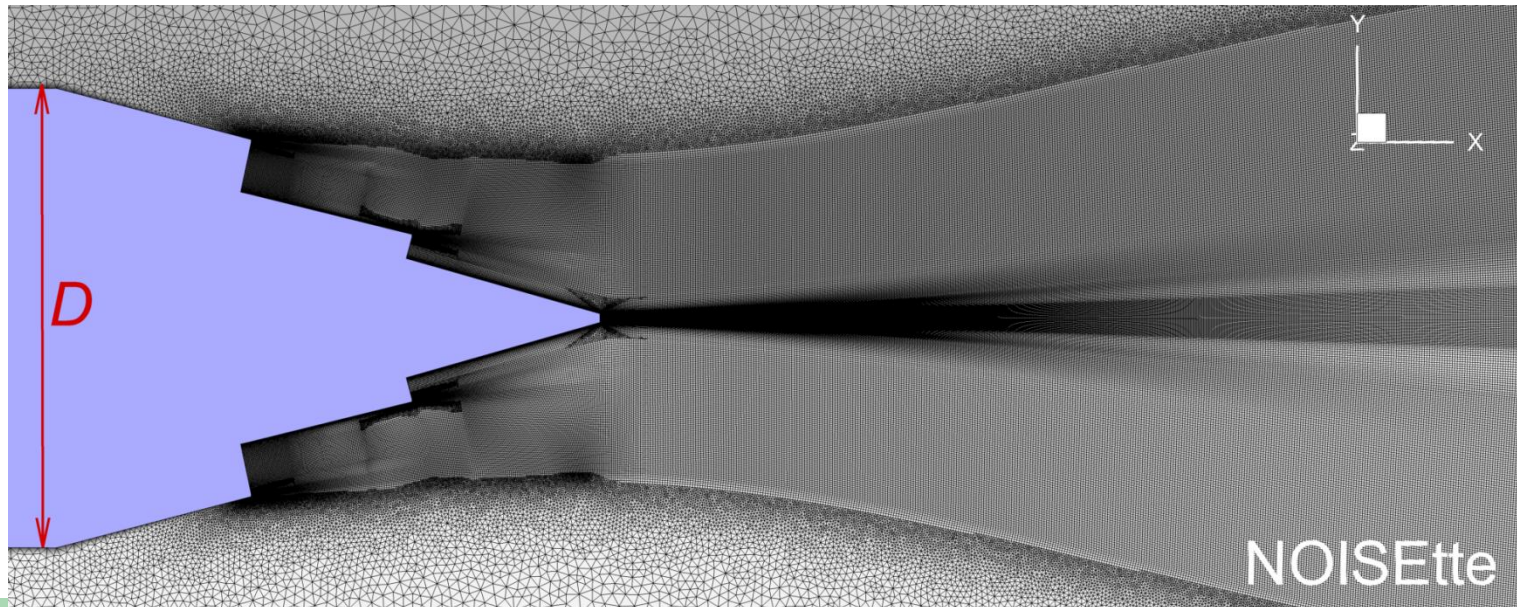
Монотонизатор 2



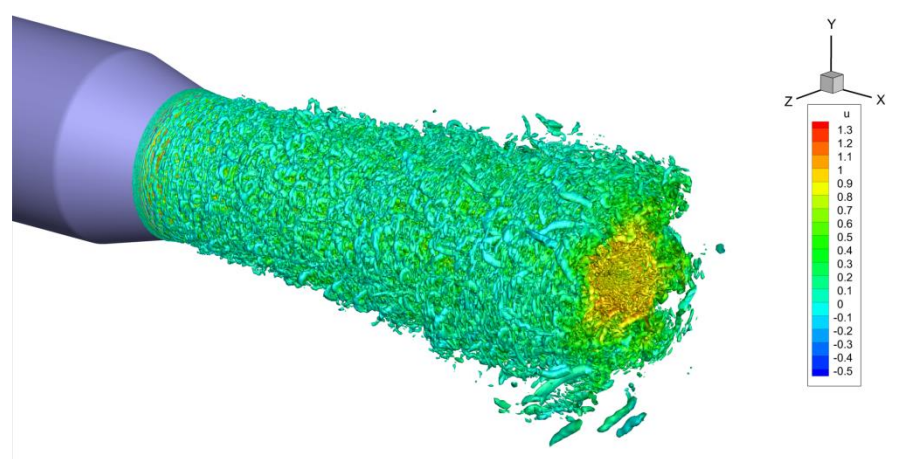
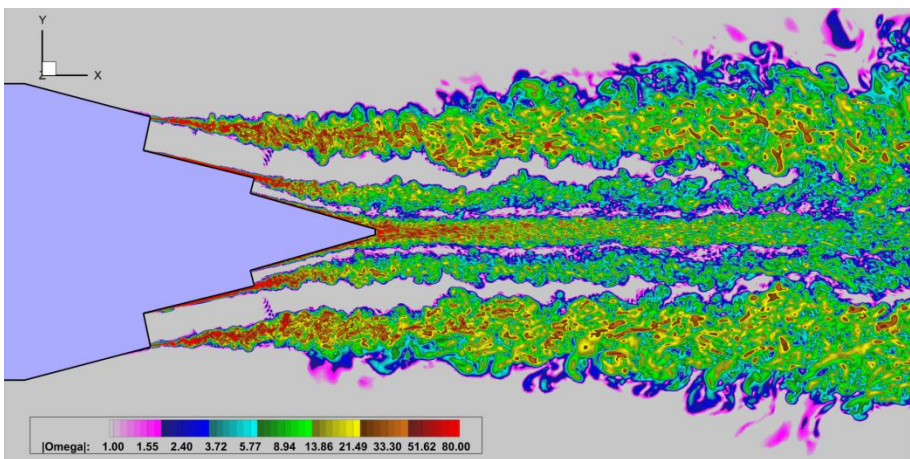
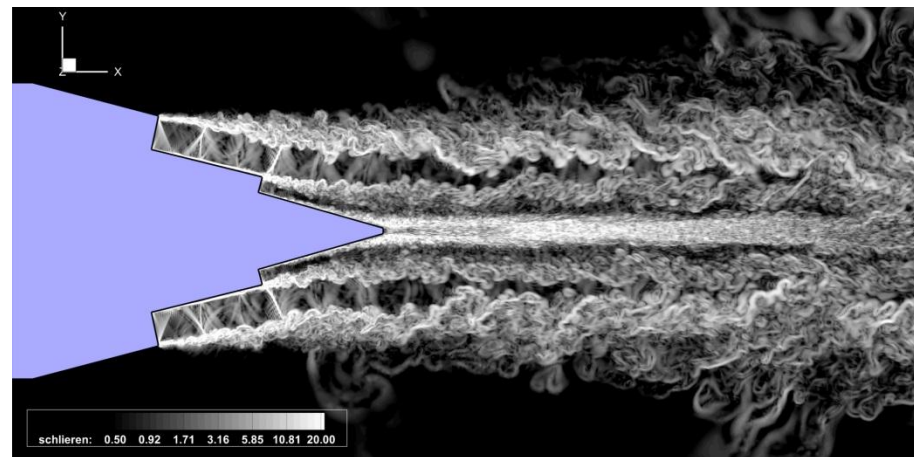
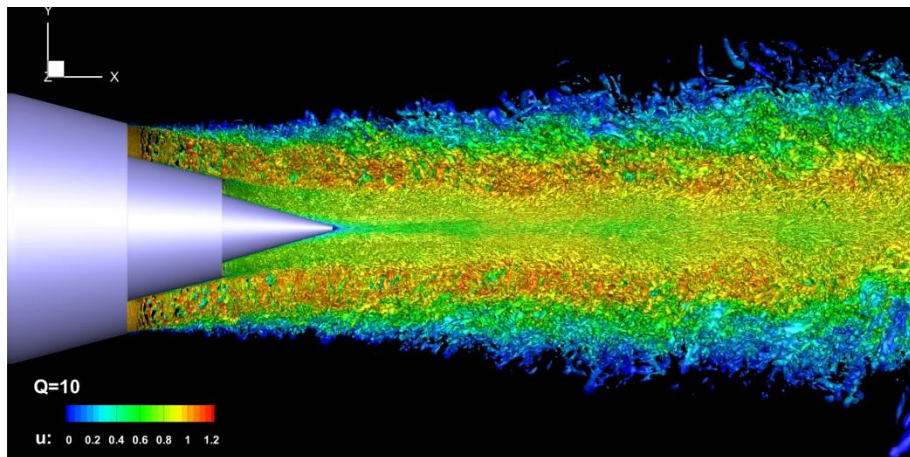
Постановка задачи и результаты ИПМ

Расчет **NOISEtte**.

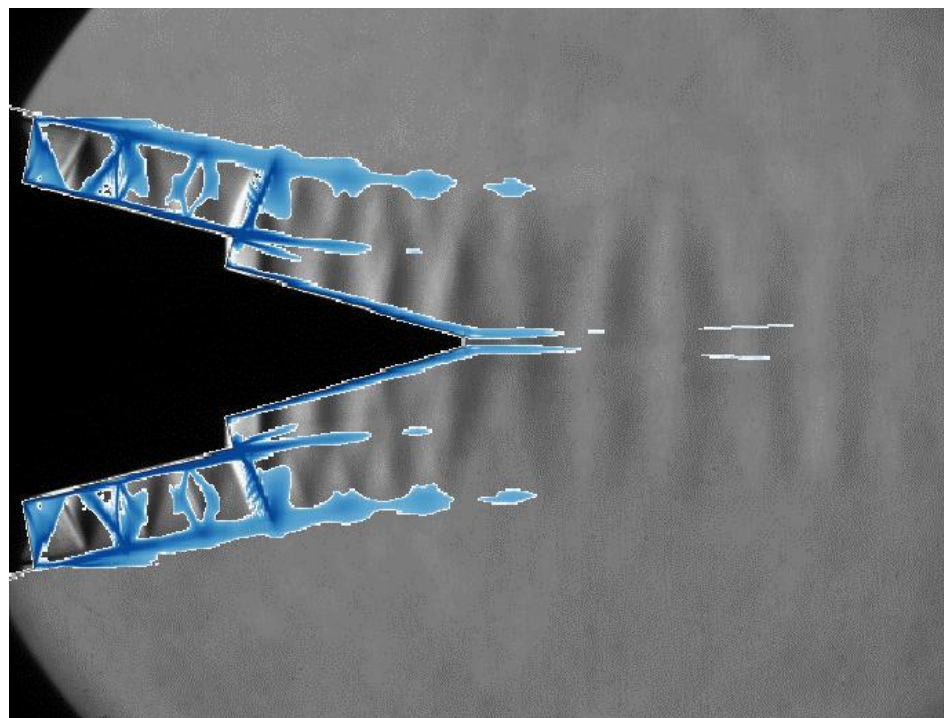
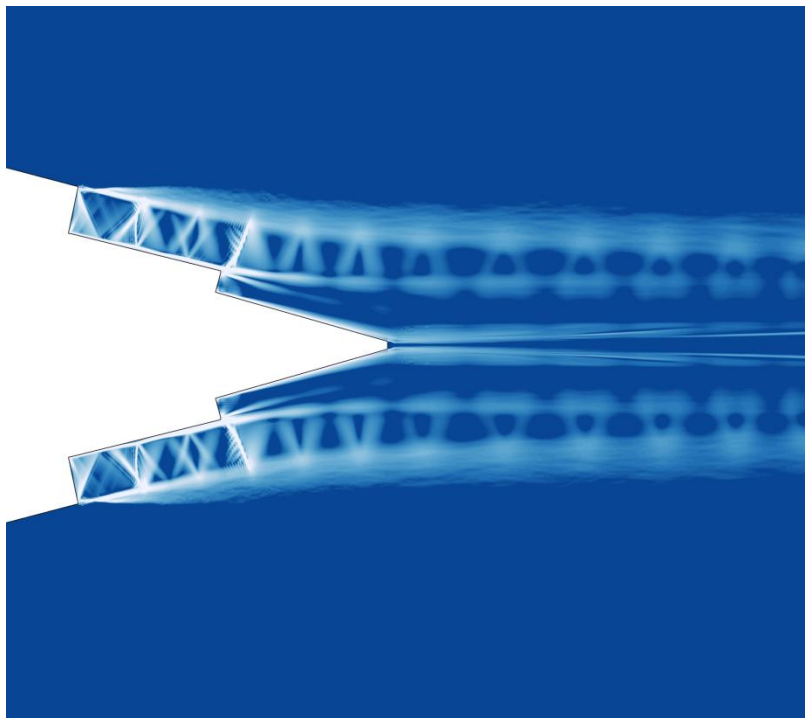
- Подход к моделированию турбулентности: **SA DDES** с $\Delta = \Delta_{SLA}$
- Численная схема: **гибридная EBR CD+Upwind+WENO**
- На входной границе: профили из RANS расчета (SST RANS в осесимметричной постановке вместе с соплом)
- Вычислительный домен: $-10 < x/D < 90$; $-75 < y/D, z/D < 75$
- Вычислительная сетка: 26.6 млн. узлов; $\Delta_x^{max} = D/200$; 200 ячеек в азимутальном направлении



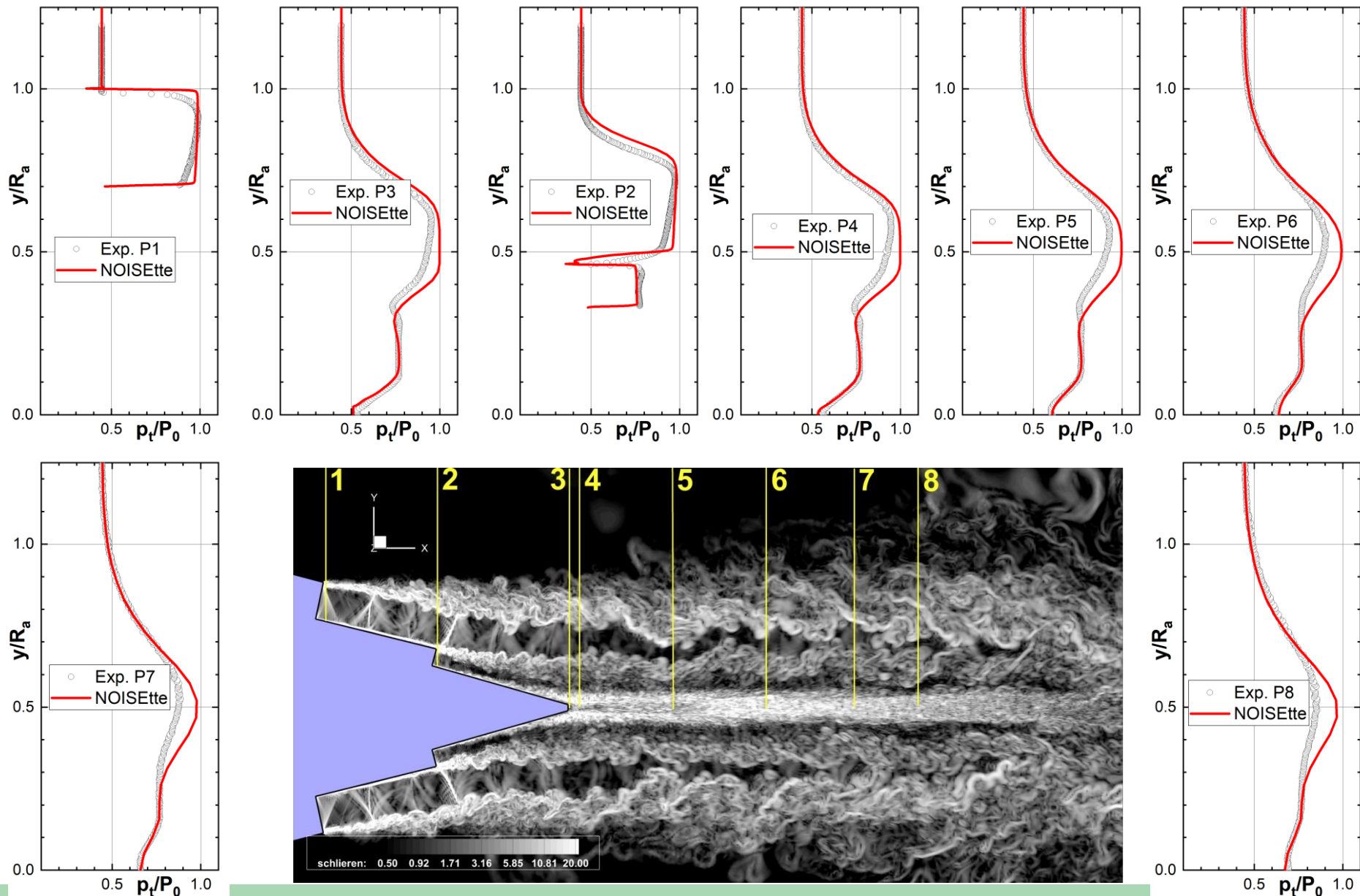
Расчет NOISEtte. Мгновенные картины течения



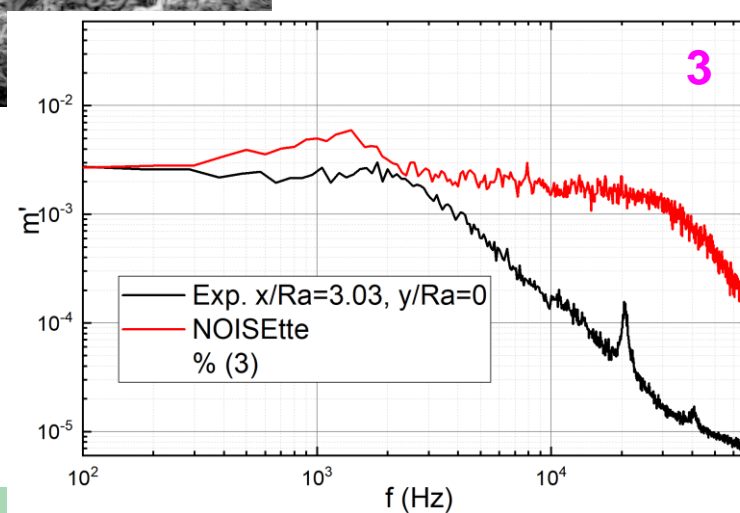
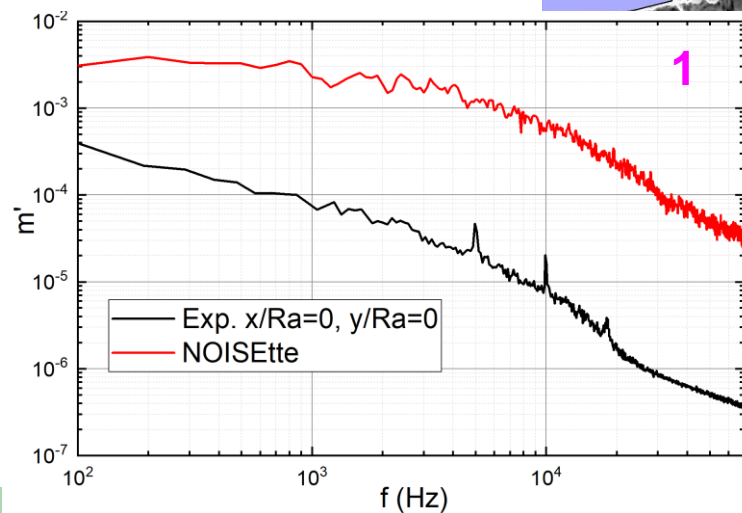
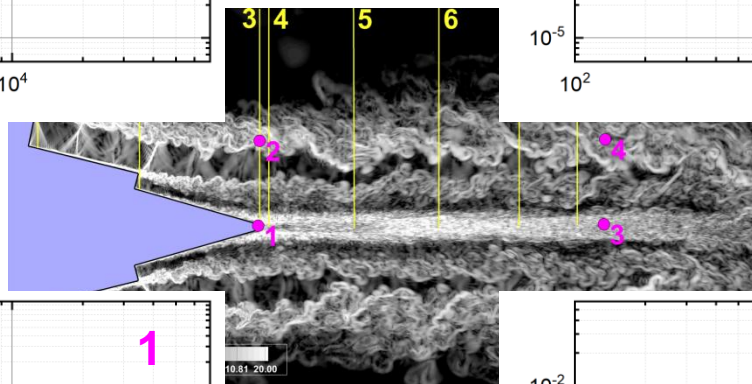
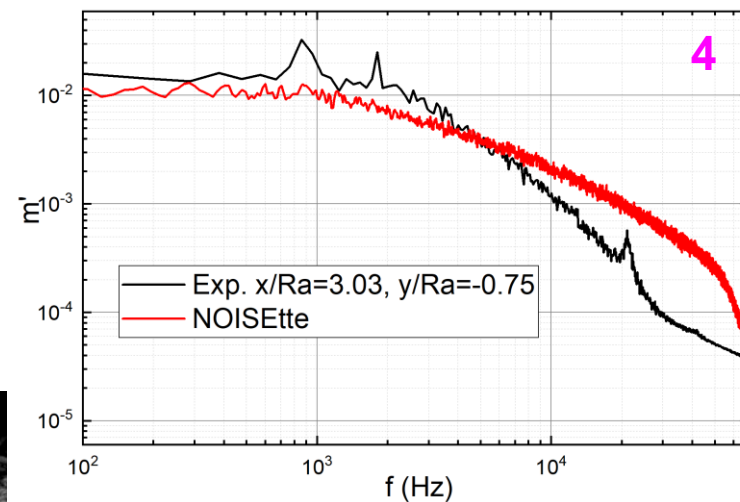
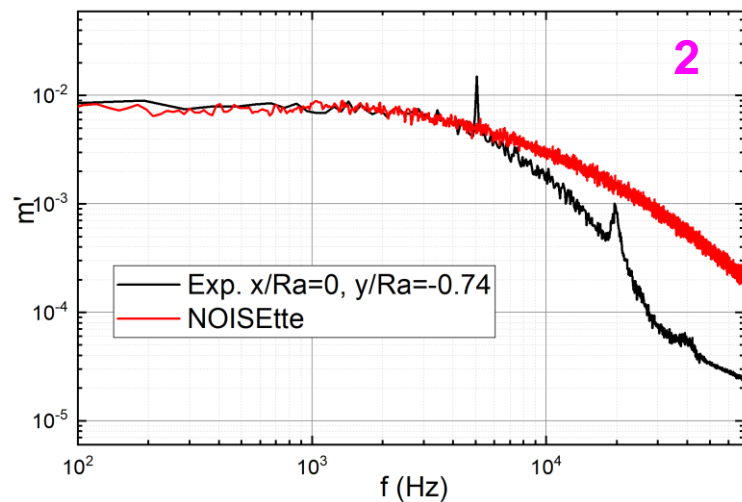
Расчет NOISEtte. Осредненные картины течения



Расчет NOISEtte. Осредненные картины течения



Расчет NOISEtte. Спектры



Заключение

- Имеется устойчивое расхождение расчетов с экспериментом в осредненных и пульсационных характеристиках течения в центре струи. Требуется работа по выявлению причин такого расхождения.
- Необходимо провести дополнительную серию экспериментальных исследований на другой установке для определения дисперсии данных.
- Расчеты ИПМ выполнены полностью, качественно и позволяют их использовать в качестве референсных значений
- Расчеты ЦАГИ с использованием схемы высокого порядка пока не завершены и будут продолжены