

ТЕСТОВЫЙ ПРИМЕР

Сверхзвуковое обтекание тандема клиньев разрежения и сжатия

Модератор С.М. Босняков ¹

¹Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского

Целью предлагаемого теста является анализ точности расчета отрывных зон с использованием классических и вновь создаваемых программных продуктов.

Работа поддержана «ЦКМ им. Белоцерковского», а также НИЦ РПТВАТ ЦАГИ

Введение

Задача обтекания обратного уступа и следующего за ним клина сжатия является актуальной и вызывает интерес у различных групп ученых. Так, физические особенности возникающего за уступом течения подробно исследованы в работах [1-2]. При этом расчет в [2] выполнен методом DNS. Показано не только качественное, но и количественное соответствие расчетных и экспериментальных данных. Отмечено появление регулярных структур типа продольных вихрей Гетлера. Подробно исследованы волны сжатия и разрежения.

В рамках договора №620-2014 между ФГУП ЦАГИ и ИТПМ СО РАН сотрудником ИТПМ А.А. Желтоводовым получены и систематизированы надежные экспериментальные данные, которые направлены в ЦАГИ в виде отчетов с первичной и вторичной документацией. По условиям договора «Все права на результаты интеллектуальной деятельности, в том числе способные к правовой охране, полученные при выполнении настоящего договора, принадлежат заказчику (ЦАГИ)».

Расчетные исследования предложенной задачи выполнены в ЦАГИ им. Жуковского и ИППМ им. Келдыша с применением различных подходов. В обоих случаях использованы оригинальные программные продукты EWT ЦАГИ и NOISEtte. Результаты расчета и эксперимента опубликованы [3].

1. Экспериментальная модель и особенности эксперимента в ИТПМ

Экспериментальная модель (см. рис. 1) представляла собой прямоугольные в плане параллельные пластины (1 и 3) шириной 400 мм, образующие прямой уступ высотой $h = 15$ мм на расстоянии 315 мм от передней кромки пластины. Общая длина модели 585 мм. С помощью вкладыша (2) с углом отклонения подветренной грани -45° реализована наклонная поверхность уступа. Модель установлена горизонтально на специальной опоре, размещенной под рабочей частью сверхзвуковой аэродинамической трубы (САДТ) Т-313 ИТПМ СО РАН [4], с помощью вертикального пилона, который проходил через технологический люк в ее полу. При этом положение поверхности пластины (1) примерно соответствовало горизонтальной плоскости симметрии рабочей части.

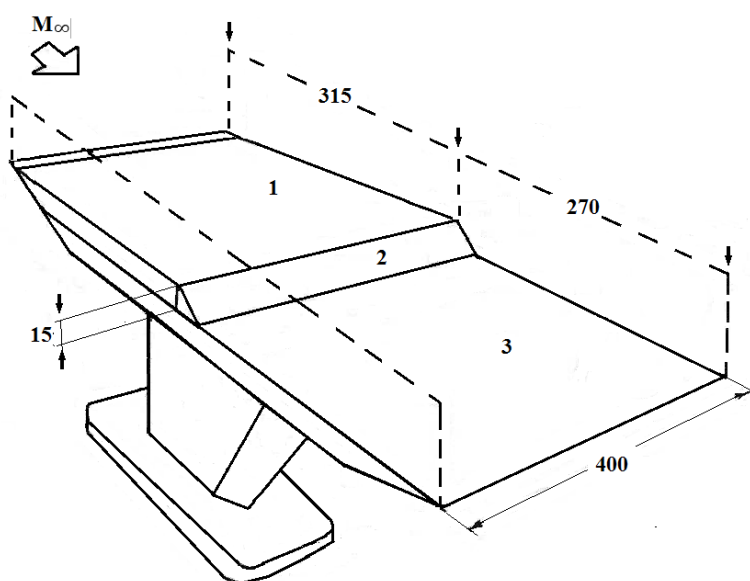


Рис. 1. Схема экспериментальной модели

Поверхности пластины (1), вкладыша (2), а также задней пластины (3) были дренированы. Дренажные отверстия диаметром 0.5 мм располагались в окрестности плоскости симметрии модели с переменным шагом от 1 до 5 мм. Для исключения влияния ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на исследуемое течение на поверхности пластины (1) на расстоянии 3 мм от ее передней кромки располагался проволочный турбулизатор диаметром 0.5 мм. Измерения профилей полного давления в невозмущенном пограничном слое перед уступом, в отрывной зоне и далее вниз по потоку проводились в окрестности вертикальной плоскости симметрии модели с помощью соответствующих миниатюрных пневмозондов. Зонды

3

перемещались по вертикали в направлении от поверхности модели с помощью координатника. Минимальный шаг и точность их перемещения по вертикали 0.1 мм, по горизонтали – 0.5 мм. Момент касания пневмозондов с поверхностью контролировался с помощью электрического контакта. Все зонды были изготовлены из медицинских игл с малым диаметром 0.87 мм и закреплены на тонких обтекателях с острой (толщиной 0.02-0.05 мм) передней кромкой. Входное отверстие было сплющено и имело высоту 0.1 мм. Для измерений в области возвратного течения в зоне отрыва использовался соответствующий зонд, ориентированный навстречу этому течению.

В таблице 1 указаны номинальные значения параметров набегающего потока в рабочей части САДТ Т-313 и максимальные их отклонения от эксперимента к эксперименту.

Таблица 1. Параметры набегающего потока

Модель	M_∞	p_0 , кПа	p_∞ , кПа	T_0 , К	$Re_l \times 10^{-6}$, m^{-1}
BFS 45	3.01 ± 0.005	419.7 ± 2	11.2 ± 0.1	292 ± 04	32.7 ± 0.7

Степень неоднородности полей чисел Маха M_∞ в зоне расположения модели не превышала 1% [4]. Согласно термоанемометрическим измерениям [5], параметры турбулентности в набегающем внешнем потоке характеризовались относительным уровнем пульсаций массового расхода $\langle m \rangle / m = \langle \rho u \rangle / \rho u = 0.51\%$ и температуры торможения $\langle T_0 \rangle / T_{0c} = 0.03\%$. Относительный уровень пульсаций скорости составлял $\langle u \rangle / u = 0.13\%$. При этом распространяющиеся в потоке возмущения представляли собой акустическую моду пульсаций, генерируемых пограничным слоем на стенках сопла и рабочей части САДТ. Основные измерения распределений давления на поверхности модели проводились с помощью многоканального пневмокоммутатора с тензометрическими датчиками номинала 0.1 МПа класса 0.2. Также использованы групповые регистрирующие манометры ГРМ-2 класса 0.5 с пределами измерения $0 \div 1$ атм. Это гарантировало точность измерений не хуже 0.5%. Проведенные сопоставления данных, полученных с использованием этих приборов, показали хорошую повторяемость измерений, разброс которых находился в пределах 1%.

2. Расчетная методика для тестового расчета в рамках RANS

RANS-моделирование задачи проведено в ЦАГИ им. Жуковского с помощью осредненной по Рейнольдсу системы уравнений Навье-Стокса, замкнутой дифференциальной моделью турбулентности:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_i}{\partial x_i} = \vec{W},$$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_k \\ \rho E \\ \rho p_m^t \end{bmatrix}, \quad \vec{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_k u_i + \Pi_{ki} \\ \rho E u_i + \Pi_{ki} u_k + \Theta_i + J_i(k) \\ \rho p_m^t u_i + J_i(p_m^t) \end{bmatrix}, \quad \vec{W} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S(p_m^t) \end{bmatrix}.$$

В обозначениях принято t – время, x_i ($i=1...3$) – декартовы координаты, ρ – плотность газа, u_k ($k=1...3$) – три компоненты скорости,

$E = u_i u_i / 2 + k + C_V T$ – полная энергия единицы массы газа ($k = \widetilde{u_i'' u_i''} / 2$ – кинетическая энергия турбулентности, C_V – удельная теплоемкость единицы массы газа при постоянном объеме, T – температура), p_m^t ($m=1, \dots, N_{turb}$) – m -й параметр турбулентности (N_{turb} – число дифференциальных уравнений модели турбулентности), $\Pi_{ki} = \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) \delta_{ki} - (\mu + \mu_t) \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ki} \right]$

– сумма молекулярного и турбулентного потоков k -й компоненты импульса в направлении оси x_i (p – давление, μ и μ_t – молекулярная и турбулентная вязкость, соответственно), $\Theta_i = - \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) C_P \frac{\partial T}{\partial x_i}$ – сумма молекулярного и турбулентного потоков тепла вдоль оси x_i (C_P – удельная теплоемкость при постоянном давлении, $Pr = 0.72$, $Pr_t = 0.9$), $J_i(p^t) = - \left(\frac{\mu}{Pr(p^t)} + \frac{\mu_t}{Pr_t(p^t)} \right) \frac{\partial p^t}{\partial x_i}$

– сумма молекулярного и турбулентного потоков параметра турбулентности p^t вдоль оси x_i ($Pr(p^t)$ и $Pr_t(p^t)$ – молекулярное и турбулентное числа Прандтля для параметра p^t), $S(p_m^t)$ – источниковый член в уравнении для

p_m^t . Предполагается суммирование по повторяющемуся индексу. Параметры осреднены по Фавру. Система уравнений замыкается уравнением состояния $p = \rho RT$ (R – газовая постоянная для воздуха). Вводятся константы $\text{Pr}(p^t)$, $\text{Pr}_t(p^t)$ и выражение для $S(p_m^t)$, которые зависят от выбранной модели турбулентности. В настоящей работе рассматривается SST ($k-\omega$)-модель турбулентности [6] (далее используется краткое обозначение SST). Расчеты выполнены с использованием промышленного солвера ZEUS [7] (EWT ЦАГИ).

3. Расчетная методика для тестового расчета в рамках IDDES

Вихререзающее моделирование задачи проведено в ИПМ им. Келдыша с помощью гибридного RANS-LES подхода IDDES [8] на основе модели замыкания SST [6]. Для расчетов использовался вычислительный алгоритм, реализованный в программном комплексе NOISEtte [9]. В его основе лежит оригинальная EBR схема повышенной точности, основанная на квазиодномерной реконструкции переменных, используемая для аппроксимации конвективных потоков. Применимость данной схемы для моделирования трансзвуковых и сверхзвуковых течений обеспечивается ее WENO-EBR расширением. Для интегрирования по времени использовалась неявная схема второго порядка точности с линеаризацией по Ньютону разностной системы уравнений. На каждой временной итерации проводилось несколько итераций по Ньютону до сходимости по относительной невязке. Для решения системы алгебраических уравнений использовался солвер бисопряженных градиентов. Для создания нестационарного турбулентного потока вверх по течению от кромки уступа использовался генератор синтетической турбулентности, предложенный в работе [10], с помощью которого на входной границе задавались соответствующие пульсации скоростей.

4. Особенности построения расчетной сетки для RANS

Расчетная сетка для RANS состоит из 12 блоков и содержит 12 млн. ячеек (см. рис. 2). Моделируются только верхние поверхности пластин и наклонная грань уступа. Это означает, что краевые эффекты в данной постановке не учитываются. Все размеры задачи приведены к высоте ступеньки, равной $h=15$ мм. Сетка построена таким образом, что непосредственно к

поверхностям прилежит 4 блока. Они имеют равную высоту $\Delta_1 = 1.67 \cdot h$. В вертикальном направлении проведено сгущение узлов к стенке по закону геометрической прогрессии. В результате высота ячеек у всех поверхностей стала равной $\Delta_2 = 1.33 \cdot 10^{-5} \cdot h$. Кроме того, сгущение узлов выполнено в продольном направлении с коэффициентом 100. В результате размеры ячеек с разных сторон обоих изломов стали приблизительно равными, что обеспечило непрерывность (но не гладкость) сеточных функций. Промежуточный слой сетки имеет высоту $\Delta_3 = 17.8 \cdot h$, а верхняя граница расчетной области проходит по координате $y = 26.67 \cdot h$. В продольном направлении сетка ограничена размерами $-26.67 \cdot h < x < 20 \cdot h$. Ширина расчетной области равна полуширине модели $0 < z < 13.33 \cdot h$. Это обеспечивает приемлемое соотношение сторон ячеек за пределами пограничного слоя и отсутствие значительного влияния сетки на периодическую структуру вихрей Гетлера. Сетка доступна и может быть предоставлена по запросу.

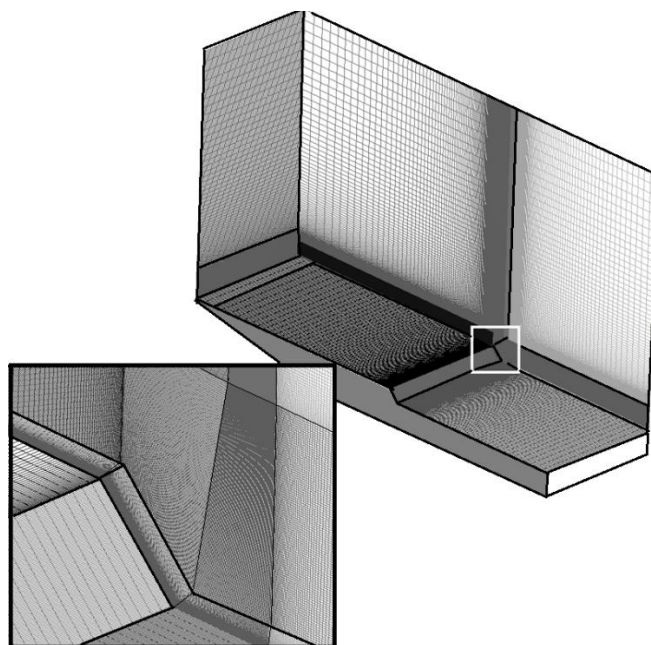


Рис. 2. Фрагменты сетки для расчета по модели RANS

5. Особенности построения расчетной сетки для IDDES

На рис. 3 представлен фрагмент неструктурированной вычислительной сетки, использованной для моделирования течения с помощью IDDES подхода, в двумерном (XY) сечении. Входная, выходная вниз по потоку и

верхняя границы расчетной области располагалась на расстояниях $3h$, $50h$ и $50h$ соответственно от кромки уступа. В поперечном направлении, где на границах ставились условия периодичности, размер расчетной области составлял $1.5h$. Первый пристеночный шаг сетки выбирался из условия $y^+ \leq 1$, необходимого для постановки условий прилипания. В продольном и поперечном направлениях в зоне основного турбулентного взаимодействия (от входной границы $x/h = -3$ до $x/h = 8$ и от твердой поверхности до расстояния $\approx 0.8h$) шаги сетки не превышали значения $0.017h$ и $0.01h$ соответственно. Это было меньше, чем $\delta_{0,99}/10$ для шага вдоль координаты X и $\delta_{0,99}/20$ вдоль Z ($\delta_{0,99}$ – толщина пограничного слоя), рекомендуемых для IDDES расчета в режиме LES с пристеночным моделированием (WMLES режиме). В самой чувствительной области, в районе склона уступа, сетка сгущалась так, чтобы $\Delta \leq 0.01h$ в тангенциальном направлении. Коэффициенты разбега и сгущения во всей области не превышали 1.1. Итоговый размер трехмерной неструктурированной вычислительной сетки составил 18.5 млн. узлов. Сетка доступна и может быть предоставлена по запросу.

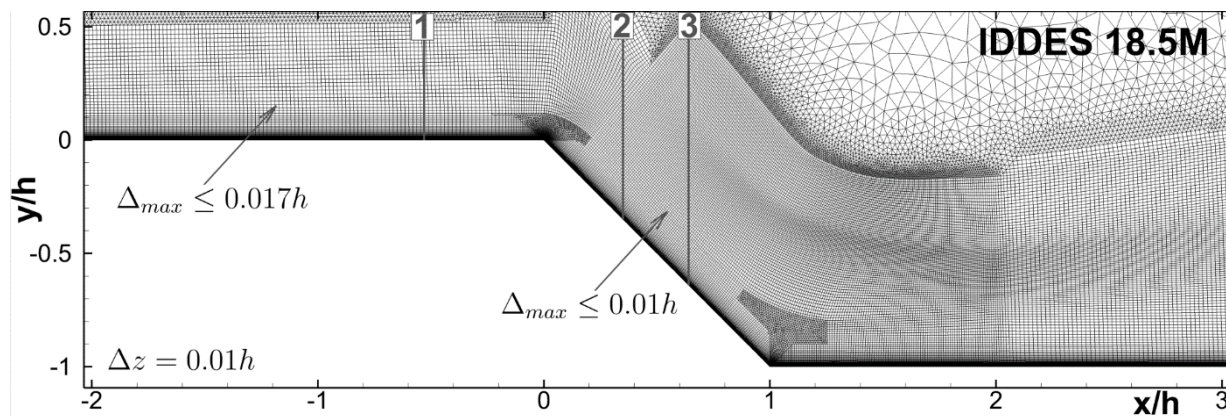


Рис. 3. Фрагмент вычислительной сетки для расчета по модели IDDES

6. Особенности вычислительной постановки RANS

Как отмечено выше, сетки построены таким образом, что краевые эффекты не учитываются. На боковых границах ставится периодическое граничное условие. Тем не менее, данная постановка не является двумерной, так как не препятствует образованию в решении продольных вихревых структур. На твердых поверхностях выполняется граничное условие прилипания с учетом теплоизолированной стенки, как в эксперименте, на которой реализуется температура восстановления. При реализации RANS расчет проводится вплоть до поверхностей пластин без применения «закона стенки». При этом

использована линейная неявная разностная схема, что позволило применить достаточно большой расчетный шаг по времени, соответствующий коэффициенту устойчивости 50 (аналог числа CFL). Сходимость решения контролировалась по функции плотности. Расчет останавливался при достижении стабилизации решения с точностью $\varepsilon < 0.0001$, где $\varepsilon = \max(\Delta\rho/\rho)$ по всем ячейкам. Особое внимание уделено начальному сечению ($x = 0$), соответствующему вершине (положению передней кромки наклонной грани) уступа. Пограничный слой в указанном сечении рассчитан с достаточной точностью для «привязки» к эксперименту, его толщина равнялась $\delta_{0,99} = 4.3$ мм. Соответствующая толщина в эксперименте была несколько выше $\delta_{0,99} = 5.8$ мм, но при этом оказались близкими формы профилей и величина формпараметра H .

7. Особенности вычислительной постановки IDDES

Для проведения IDDES расчета на входной границе, расположенной на расстоянии $3h$ от кромки уступа, задавались нестационарные трехмерные турбулентные пульсации с помощью метода, описанного в работе [10]. Необходимые профили газодинамических величин, турбулентных переменных (k и ω), а также необходимых для генератора синтетической турбулентности компонент тензора Рейнольдсовых напряжений были получены в процессе предварительного 2D SST RANS расчета плоской пластины. При этом профиль на входной границе задавался такой, чтобы в сечении $x/h = -0.53$ толщины вытеснения $\delta^* = 0.123h$ и потери импульса $\theta = 0.0253h$ максимально соответствовали указанным экспериментальным значениям.

Для минимизации численной диссипации и сохранения устойчивости счета в области разрешенных турбулентных структур использовалась гибридная численная схема, эффективно сочетающая противопоточную, центрально-разностную и монотонизированную WENO-аппроксимации. Максимальное число Куранта для всей области было равно 150. При этом в области разрешаемой в расчетах турбулентности (начиная с расстояния свыше $\approx 0.005h$ от обтекаемой поверхности) оно не превышало 1.

Для получения результатов IDDES расчета сначала, стартовав с двумерного RANS решения, в течение $30h/U_\infty$ моделировался «переходный» период до получения статистически установившегося

течения. Далее проводилось накопление статистики в течение времени $50h/U_\infty$. При этом осреднение полей производилось как по времени, так и по пространству по гомогенному (поперечному, вдоль оси Z) направлению.

8. Физические особенности течения

При сверхзвуковом обтекании рассматриваемого наклонного уступа от его вершины во внешний поток распространяется веер волн разрежения (ВВР) (см. рис. 4, верхний). В результате отрыва пограничного слоя ниже вершины от поверхности наклонной грани образуется отрывной (или краевой) скачок (1), а при повороте течения параллельно поверхности за уступом формируется основной скачок (2), который фактически является инициатором отрыва. Зафиксированные в эксперименте на теплеровской фотографии особенности течения для рассматриваемого случая (рис. 4, сверху) хорошо воспроизводятся на рассчитанных методом RANS полях плотности и рассчитанных методом IDDES полях градиентов плотности (см. рис. 4, средний и нижний, соответственно).

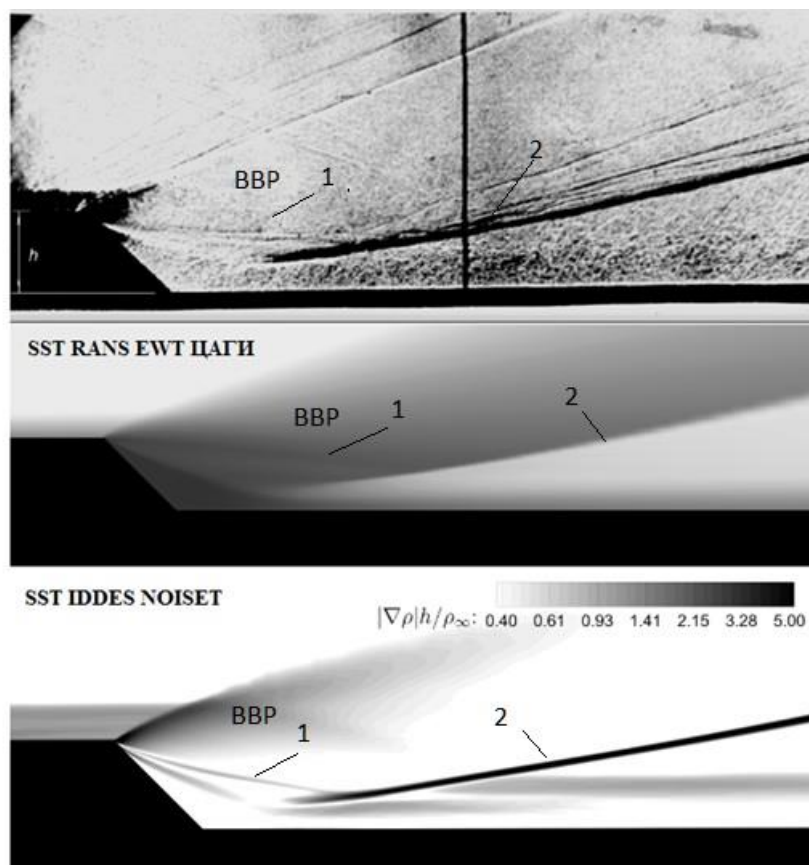


Рис. 4. Теплеровская фотография обтекания наклонного уступа, поля плотности (RANS) и градиенты плотности (IDDES)

На рис. 5 приведены полученные в расчетах поля чисел Маха и линии тока, которые характеризуют рециркуляционное течение в зоне отрыва за уступом в вертикальном сечении, совпадающем с плоскостью симметрии модели. Штриховой линией обозначено зафиксированное в экспериментах положение линии нулевой продольной скорости, которая отделяет зоны прямого и возвратного течений. Как и выше, показаны результаты расчетов на основе подходов RANS (см. рис. 5 сверху) и IDDES (см. рис. 5 снизу). В таблице 2 указаны координаты линий (точек) отрыва (S) и присоединения (R), которые получены экспериментально и в расчетах (обозначены на отмеченных выше рисунках 5).

Таблица 2. Значения точек отрыва и присоединения потока.

	Эксперимент	SST RANS	SST IDDES
Отрыв S	0.1 h	0.03 h	0.11 h
Присоединение R	1.85 h	3.14 h	1.6 h

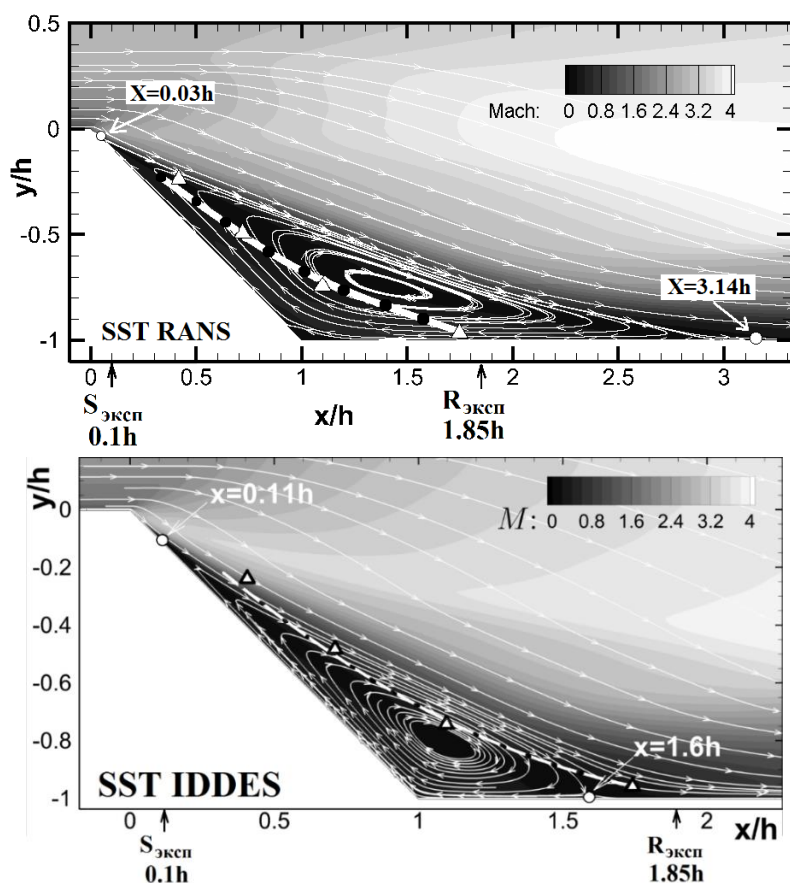


Рис. 5. Поля чисел Маха и линии тока в отрывной зоне из расчетов на основе RANS (сверху) и IDDES (снизу)

На рис. 6 (сверху) приведена фотография (при виде сверху) предельных линий тока на поверхности модели, зафиксированных в эксперименте с помощью саже-масляной визуализации. Буквой S отмечена линия отрыва (стекания) на наклонной грани за вершиной уступа, а буквой R – линия присоединения (растекания). На фотографии также просматриваются расположенные по ширине модели характерные продольные линии стекания и растекания, которые ассоциируются с возникающими продольными периодическими вихревыми структурами (вихрями Гертлера). Измерения дают оценку для характерного размера отмеченных вихревых структур $D = 0.53h$.

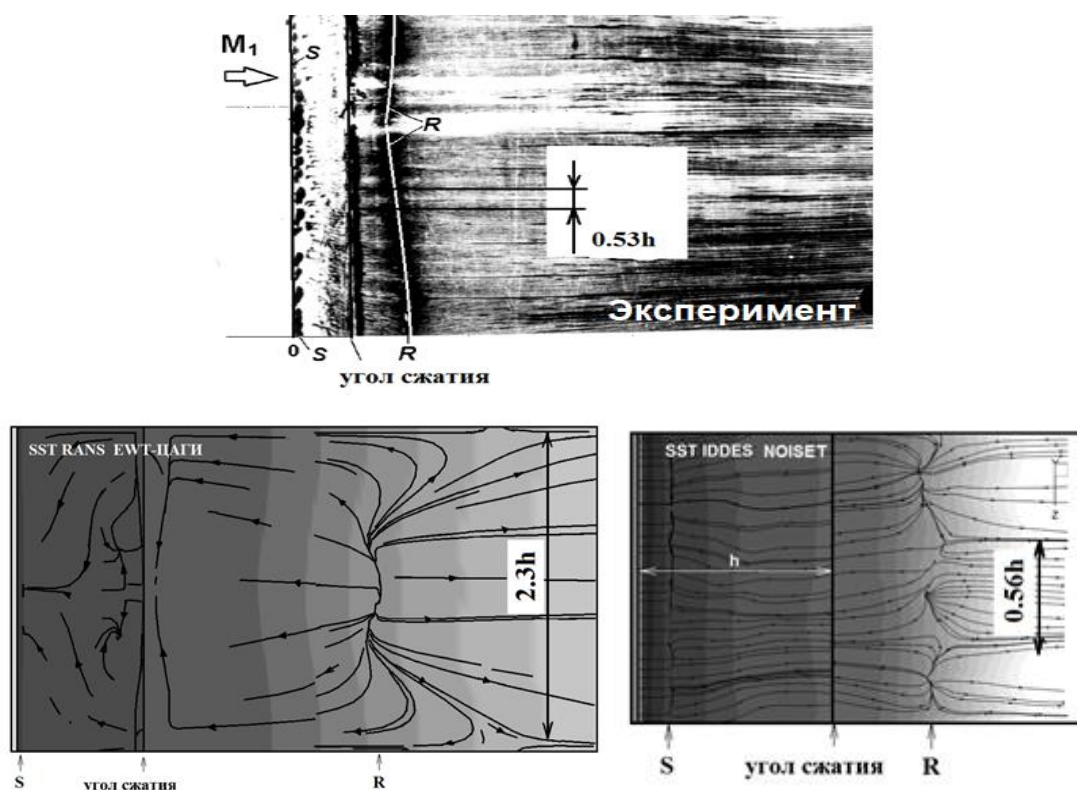


Рис. 6. Фотография предельных линий тока на поверхности в эксперименте (сверху) и предсказанные линии тока на поверхности по результатам расчетов по моделям RANS и IDDES (снизу)

Аналогичные особенности течения на поверхности обнаружены в расчетах. На рис. 6 (снизу) приведены результаты, полученные в рамках моделей SST RANS и SST IDDES. Оценка показывает, что характерный размер вихревых структур, полученных при помощи уравнений RANS, в 4 раза превышает соответствующий размер из расчета по модели IDDES. При этом IDDES дает результат, близкий к эксперименту (см. таблицу 3).

Таблица 3. Характерные размеры вихревых структур

	Эксперимент	SST RANS	SST IDDES
Размер вихревых структур	$0.53h$	$2.3h$	$0.56h$

Полученные в расчетах распределения статического давления на поверхности модели вдоль центральной линии, совпадающей с плоскостью ее симметрии, приведены совместно с экспериментальными данными на рис. 7. Выполненный для невязкого обтекания предварительный расчет на основе уравнений Эйлера показал, что статическое давление за волнами разрежения падает непосредственно за вершиной уступа до низких значений $p/p_\infty = 0.012$, а в случае реального течения в эксперименте его величина не опускается ниже $p/p_\infty = 0.14$.

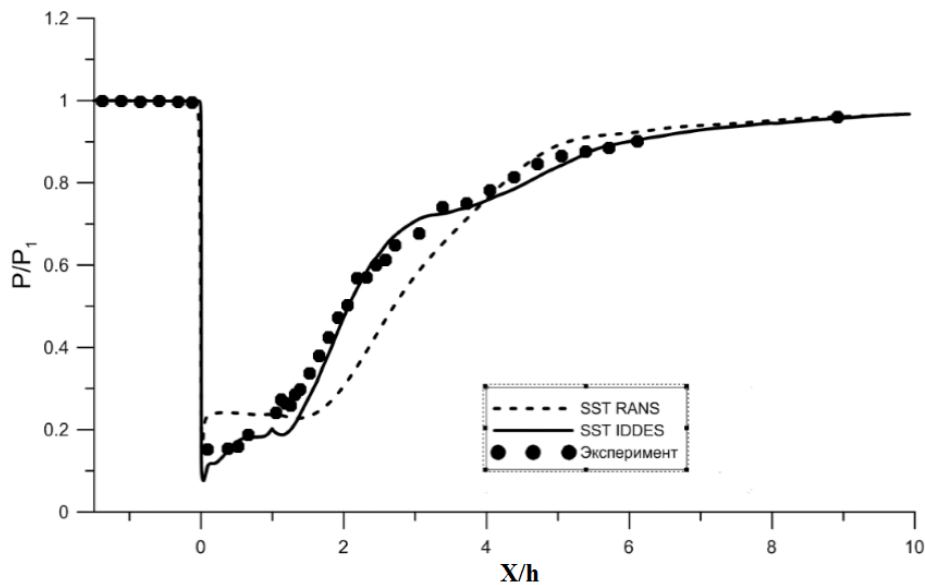


Рис. 7. Распределение статического давления по поверхности модели

Полученные в расчетах распределения давления с использованием различных моделей заметно отличаются. Например, модель SST RANS (см. рис. 7, пунктирная линия) дает завышенный уровень давления при $0 < X/h \leq 1$, по сравнению с экспериментом. При этом наблюдаемая в расчете протяженная область с «полочкой» почти постоянного давления с превышающим зафиксированные в эксперименте значения при $0.2 \leq X/h \leq 1.8$, по всей видимости, обусловлена завышенным размером предсказанной отрывной зоны.

В случае SST IDDES (см. рис. 7, сплошная линия) проявляются признаки пониженной диссипации. Так, минимальное давление непосредственно за вершиной уступа опускается ниже экспериментального уровня, а размеры отрывной зоны сокращаются. Если не учитывать небольшую область непосредственно в окрестности вершины уступа, то ошибка расчета по уровню статического давления не превышает 5-10%.

Значительный интерес представляют анализ расчетов профилей полного давления, которые в экспериментах измерялись при помощи пневмозонда Пито. Как известно, в условиях сверхзвуковых течений таким способом измеряется “полное” давление с учетом его потерь в прямом скачке уплотнения, возникающем перед зондом. Для корректных измерений в областях зоны отрыва такие пневмозонды ориентируются навстречу возникающему возвратному течению. В данном случае такая корректировка не использовалась.

На рис. 8 приведены сопоставления расчетных и экспериментальных профилей “полного” давления в различных вертикальных сечениях, которые обозначены на рис. 3 вертикальными линиями. Первое сечение ($x/h = -0.53$) расположено перед вершиной уступа, второе сечение ($x/h = 0.35$) – вблизи точки отрыва потока, третье сечение ($x/h = 0.64$) – над наклонной гранью уступа перед последующим углом сжатия, а четвертое (не показано) – над горизонтальной поверхностью за уступом (в области течения за скачком уплотнения 2, показанным на рис. 4). На рис. 8 используется отнесенная к высоте уступа вертикальная координата Y и отношение измеряемого (и рассчитанного) локального “полного” давления P_0 к его значению в набегающем внешнем потоке P_{01} (в начальном сечении 1). В зоне возвратного течения используется расчетное значение статического давления, которое наиболее близко к величине давления, реализующегося в застойной зоне у входного отверстия пневмозонда.

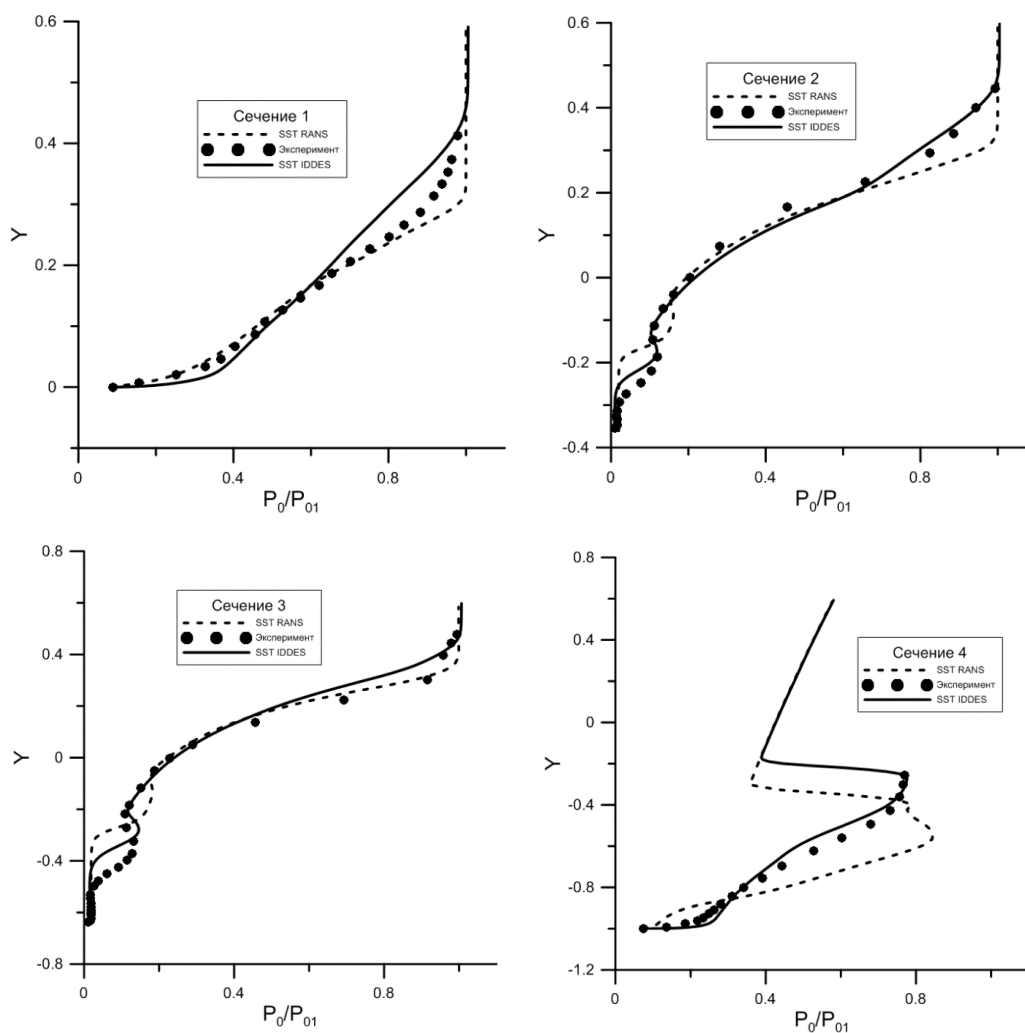


Рис. 8. Распределения полного давления в различных сечениях

Заключение

Участникам конференции предлагается протестировать свои программы с использованием экспериментальных и расчетных данных. При этом можно воспользоваться имеющимися расчетными сетками или подготовить собственные.

Полученные результаты предлагается обрабатывать в графическом и табличном виде, с явным выделением всех особых точек.

Организаторы тестирования могут предоставить имеющиеся в наличии таблицы, по которым построены приведенные выше графики (при условии участия в тестировании).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.А. Желтоводов, Л.Ч.-Ю. Меклер, Э.Х. Шилейн.* Особенности развития отрывных течений в углах сжатия за волнами разрежения // Препр. ИТПМ СО АН СССР № 10-87. Новосибирск, 1987.
A.A. Zheltovodov, L.Ch.-Yu. Mekler, E.Kh. Shilein. Osobennosti rasvitiia otrivnykh techenii v uglakh szhatiia za volnami razrezheniia // Preprint ITPM SO AN SSSR № 10-87. Novosibirsk, 1987.
2. J. Fang, Y. Yao, A. Zheltovodov, Z. Li, L. Lu. Direct numerical simulation of supersonic turbulent flows around a tandem expansion-compression corner. *Physics of Fluids* 27, 125104 (2015); doi: 10.1063/1.4936576
3. С.М. Босняков, А.П. Дубень, А.А. Желтоводов, Т.К. Козубская, С.В. Матяш, С.В. Михайлов. Численное моделирование сверхзвукового отрывного обтекания обратного наклонного уступа методами RANS и LES. *Математическое Моделирование*, Т. 31, № 11, - Москва, 2019 г., стр. 3–20.
4. *И.И. Волонихин, В.Д. Григорьев, В.С. Демьяненко, Х.И. Писаренко, А.М. Харитонов.* Сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-313 // В сб. научных трудов ИТПМ СО АН СССР: Аэрофизические исследования. – Новосибирск, 1972. С. 8–11.
5. *Лебига В.А.* Термоанемометрия нестационарных процессов сжимаемых течений // Новосибирск, Изд-во НГТУ, 1997.
6. *F.R. Menter.* Improved two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // NASA TM-103975, 1992.
7. Практические аспекты решения задач внешней и внутренней аэродинамики с применением технологии ZEUS в рамках пакета EWT-ЦАГИ / Ред. С.М. Босняков. Труды ЦАГИ, выпуск 2735, 2015.
8. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.Kh. Strelets, A.K. Travin.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities // *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2008, v. 29(6), pp. 1638-1649.
9. *И.В. Абалакин, П.А. Бахвалов, А.В. Горобец, А.П. Дубень, Т.К. Козубская.* Параллельный программный комплекс NOISEТTE для крупномасштабных расчетов задач аэродинамики и аэроакустики // *Вычислительные методы и программирование*, 2012, т. 13, с. 110-125
10. *M.L. Shur, P.R. Spalart, M.K. Strelets, A.K. Travin.* Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems // *Flow Turbulence Combust.*, 2014, v. 93, No. 1, pp. 63–92.